

Anwendung nichtlinearer Regressionsverfahren zur Approximation von Raumimpulsantworten

D i s s e r t a t i o n

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der

Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Ilmenau

von Dipl.-Ing. Torsten Köhler

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. H.-P. Schade
2. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. W. Zühlke
3. Gutachter: Dr.-Ing. K. Wogram

Tag der Einreichung: 25.11.2003

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 30.06.2006

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand in der Fakultät Elektrotechnik/ Informationstechnik am Institut für Medientechnik, Fachbereich Audiovisuelle Technik der Technischen Universität Ilmenau, in dem ich als externer Promovent tätig war.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Peter Schade danke ich herzlich für seine tatkräftige Unterstützung und Betreuung dieser Arbeit.

Ebenso möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. habil. Werner Zühlke, für seine Anregungen und die Übernahme des Gutachtens zu dieser Arbeit bedanken.

Herrn Dr.-Ing. Klaus Wogram von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) Braunschweig, Fachbereich 1.4, Projekt Raumakustische Simulation, möchte ich für die Übernahme des externen Gutachtens herzlich danken.

An dieser Stelle möchte ich mich auch bei Herrn Prof. Dr. rer. nat. habil. Kurt Rosenbaum und Herrn Dr. rer. nat. habil. Eckhard Liebscher für die Unterstützung bei mathematischen Problemen sowie bei allen Mitarbeitern des Instituts für Medientechnik, die diese Arbeit unterstützt haben, herzlich bedanken.

Für die Unterstützung zu den Hörtests möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Karlheinz Brandenburg und bei Dr.-Ing. Thomas Sporer vom Fraunhofer-Institut für Digitale Medientechnologie (IDMT) bedanken.

Henning Schwanbeck danke ich für seine Unterstützung am Universitätsrechenzentrum.

Für die sorgfältige Korrektur des Manuskripts gilt mein Dank Roswitha Müller.

Besonders meiner Frau möchte ich für ihre Geduld und für die Entlastung im häuslichen Bereich danken.

Torsten Köhler

Kurzfassung zur Dissertation

Für die raumakustische Simulation werden gemessene Raumimpulsantworten (RIA) realer Räume angenähert. Die messtechnisch bestimmte Raumimpulsantwort, das transiente Signal, wird analysiert, um mit einer Modellgleichung und den entsprechenden Startwerten mit Hilfe der nichtlinearen Regression eine Approximation im Zeitbereich zu erreichen. Der Schwerpunkt bei der nichtlinearen Regression liegt bei der Modellgleichung, der Gewinnung der Startwerte und der Bestimmung einer optimalen Annäherung an das Original. Aus den gefundenen Funktionsverläufen werden IIR – Filter bestimmt. Mit Hilfe einer speziellen Struktur der IIR – Filter kann die gemessene Raumimpulsantwort für zunächst eine Position im Raum nachgebildet werden. Die Ergebnisse der dazu durchgeführten Hörtests werden vorgestellt.

Summary to the dissertation

For the room-audible simulation measured room pulse replies (or Impuls Responses - IR) of real rooms are nourished. The specific room pulse reply, the transient signal, is analysed in order to achieve an approximation with a model equation and the corresponding initial values with the aid of the non-linear involution in the time period. The emphasis with the non-linear involution is on the model equation, the extraction of the initial values and the definition of an optimal approximation onto the original. The infinite impulse response (IIR) filters are determined by the found functional processes. With the aid of a specific structure of the IIR filters the measured room pulse reply can be copied from the filter for one position in the room for the present. The results of the listening tests carried out for this purpose are presented.

Inhalt

1	Einführung	7
1.1	Einleitung	7
1.2	Überblick	9
2	Beschreibung und Bewertung in der Raumakustik	10
2.1	Das Schallfeld im Raum	11
2.2	Beschreibung des Raumverhaltens mit der Impulsantwort	12
2.3	Kennzahlen zum Raumverhalten	14
3	Messung und Simulation in der Raumakustik	22
3.1	Akustische Messverfahren	22
3.1.1	Echtzeit FFT - Analysatoren	23
3.1.2	Impulsmesstechnik	23
3.1.3	Time – Delay Spektroskopie (TDS)	24
3.1.4	Korrelationsmesstechnik (Maximalfolgenmesstechnik)	25
3.1.5	Multisinusmesstechnik	26
3.1.6	Binaurale Messtechnik	27
3.2	Simulationen in der Raumakustik	29
3.2.1	Modellakustik	30
3.2.1.1	Wassermodell	30
3.2.1.2	Lichtmodell	31
3.2.1.3	Schlierenmodell	31
3.2.1.4	Frequenztransformiertes Modell	31
3.2.2	Geometrische Akustik	32
3.2.2.1	Spiegelschallquellenverfahren	32
3.2.2.2	Schallteilchenverfahren	33
3.2.2.3	Kombination von zwei Verfahren	34
3.2.2.4	Praktische Anwendungen und Bewertung der geometrischen Verfahren	35
3.2.3	Finite Elemente- und Randelementeverfahren	38
3.2.4	Anwendung von Simulationsverfahren in der Raumakustik	40
4	Messung von Raumimpulsantworten	42
4.1	Erzeugung und Eigenschaften einer Maximalfolge	43
4.2	Messung	46
4.3	Messergebnisse	47
4.3.1	Messungen an der Technischen Universität Ilmenau (TUI)	48
4.3.2	Messungen an der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt (PTB)	51
4.3.3	Messungen in einem kleinen Raum	53
4.4	Anmerkungen zur Messung	55
4.4.1	Verwendung unterschiedlicher Messsysteme	56
4.4.2	Abgeleitete Darstellung aus der Raumimpulsantwort	57
4.5	Problembeschreibung	57
4.6	Zeitreihenuntersuchungen an gemessenen Impulsantworten	61
5	Approximationen für Impulsantworten	66
5.1	Modellgleichungen und Voruntersuchungen für die Approximation	66

5.1.1	Startwerte für Modellgleichungen	70
5.1.2	Regressionsverfahren	74
5.1.3	Approximation der IR mit dem Verfahren nach Levenberg und Marquardt	77
5.1.4	Statistische Maßzahlen zur Güte der Anpassung	79
5.1.5	Residuenanalyse	82
5.1.6	Verringerung der Parameter in der Modellgleichung	85
5.2	Untersuchung der Approximation an Originaldaten (transientes Signal)	86
5.2.1	Startwerte für das transiente Signal	87
5.2.2	Approximation des transienten Signals	87
5.2.3	Approximation des transienten Signals bei Verringerung der Abtastwertanzahl	89
5.3	Modellgleichung zum Verfahren 1	90
5.3.1	Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung 1	90
5.3.2	Approximation der IR	92
5.3.3	Optimierung der Anpassung durch Variation der Vorgaben	93
5.3.4	Statistische Maßzahlen	93
5.3.5	Residuenanalyse	94
5.3.6	Verringerung der Parameterzahlen	95
5.4	Modellgleichung zum Verfahren 2	96
5.4.1	Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung	97
5.4.2	Approximation der IR	98
5.4.3	Optimierung der Anpassung	100
5.5	Modellgleichung zum Verfahren 3	100
5.5.1	Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung	100
5.5.2	Approximation der IR	104
5.5.3	Optimierung der Anpassung durch Variation der Startbedingungen	105
5.5.4	Statistische Maßzahlen	107
5.5.5	Hörsamkeitsmaße und Residuenanalyse	107
6	Digitales Filter zur Approximation	109
6.1	Eigenschaften digitaler Filter	109
6.2	Berechnung des digitalen IIR Filters zur Approximation	110
7	Hörtest	115
7.1	Hörtestarten	116
7.1.1	Genormte Hörtests	116
7.1.2	Auswahl der Testpersonen	117
7.1.3	Auswahl der Testsequenzen	118
7.1.4	Durchführung der Hörtests	120
7.2	Hörtest nach ITU-R BS 1116 und Test zu einer Wahrscheinlichkeit	120
7.3	Auswertung Hörtest mit dem Test zu einer Wahrscheinlichkeit	121
8	Zusammenfassung	125

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 3-1 Kunstkopf	29
Abbildung 3-2 Messpositionen	29
Abbildung 3-3 Binaurale IR (Ausschnitt; gr: li. Ohr; sw: re. Ohr)	29
Abbildung 4-1 Messaufbau (Skizze)	42
Abbildung 4-2 symmetrische periodische analoge MLS	44
Abbildung 4-3 gemessene IR des Studios	48
Abbildung 4-4 normierte IR des Studios	48
Abbildung 4-5 Eintreffen des Direktschalls	49
Abbildung 4-6 Eintreffen erster Reflexionen nach dem Direktschall	49
Abbildung 4-7 gemessene IR des Seminarraums	50
Abbildung 4-8 normierte IR des Seminarraums	50
Abbildung 4-9 Eintreffen des Direktschalls	50
Abbildung 4-10 Eintreffen erster Reflexionen	50
Abbildung 4-11 gemessene IR des Sprecherraumes	51
Abbildung 4-12 normierte IR des Sprecherraumes	51
Abbildung 4-13 Ankunft des Direktschalls	51
Abbildung 4-14 erste Reflexionen	51
Abbildung 4-15 IR mit offenen Vorhängen	52
Abbildung 4-16 IR mit geschlossenen Vorhängen	52
Abbildung 4-17 IR neben einem Tisch gemessen	54
Abbildung 4-18 IR nahe einer Ecke im Raum gemessen	54
Abbildung 4-19 IR über Körperhöhe gemessen	54
Abbildung 4-20 IR gemessen bei Position der Quelle in einer Ecke im Raum	54
Abbildung 4-21 Abschnitt aus dem veränderten Signal der IR	59
Abbildung 4-22 Anderer Abschnitt aus dem veränderten Signal der IR	59
Abbildung 4-23 Exponentiell geglätteter Abschnitt aus Abbildung 4-22	60
Abbildung 4-24 Übertragungsfunktionen	60
Abbildung 4-25 Spektrum von Abbildung 4-22	60
Abbildung 4-26 Spektrum von Abbildung 4-23	60
Abbildung 4-27 normierte KKF von IR (Sprecherraum)	65
Abbildung 4-28 normierte AKF einer IR (Sprecherraum)	65
Abbildung 5-1 Testdatensatz	74
Abbildung 5-2 Anpassung mit der NLR nach Levenberg und Marquardt	75
Abbildung 5-3 Anpassung mit der NLR nach der Gradientenmethode	75
Abbildung 5-4 Anpassung mit der NLR nach Newton	75
Abbildung 5-5 Anpassung mit der NLR nach Quasi - Newton	75
Abbildung 5-6 Anpassung mit der NLR nach Rosenbrock und Quasi - Newton	75
Abbildung 5-7 Anpassung mit der NLR nach Rosenbrock pattern search	75
Abbildung 5-8 Anpassung mit der NLR nach Hooke – Jeeves und Quasi - Newton	75
Abbildung 5-9 Anpassung mit der NLR nach Hooke – Jeeves pattern moves	75
Abbildung 5-10 Anpassung mit der NLR nach Simplex und Quasi - Newton	76
Abbildung 5-11 Anpassung mit der NLR nach Simplex	76
Abbildung 5-12 Modellfunktion (durchgezogene Linie) und Originalwerte (Punkte)	83
Abbildung 5-13 Standardisierte Residuen aus Abbildung 5-12	83
Abbildung 5-14 Normierte Residuen Abschnitt 1	84
Abbildung 5-15 Normierte Residuen Abschnitt 3	84
Abbildung 5-16 Spektrum der Abbildung 5-14	84
Abbildung 5-17 Spektrum der Abbildung 5-15	84
Abbildung 5-18 Beispielhafte Funktionsverläufe der Modellgleichungen	87

Abbildung 5-19 erste Reflexionen für IR und Modellfunktion mit 201 Parametern	88
Abbildung 5-20 Beginn der Ungenauigkeit des Modells mit 201 Parametern	88
Abbildung 5-21 erste Reflexionen für IR und Modellfunktion mit 401 Parametern	88
Abbildung 5-22 Beginn der Ungenauigkeit des Modells mit 401 Parametern	88
Abbildung 5-23 IR ohne mittlere Dämpfung	90
Abbildung 5-24 Übertragungsfunktion des Signals aus Abb. 5-23	90
Abbildung 5-25 Beispiel eines zeitlichen Ausschnitts einer Quasi-Schwingung	91
Abbildung 5-26 Spektrum des periodifizierten Ausschnitts aus Abb. 5-25	91
Abbildung 5-27 Spektrum von Abb. 5-25 nach zero-padding	91
Abbildung 5-28 Spektrum des ersten quasistationären Abschnittes	91
Abbildung 5-29 Unstetigkeiten zwischen den zeitlichen Abschnitten	92
Abbildung 5-30 Anzahl der Funktionen pro Abschnitt für 5-11 mit $\bar{r} = 97,04\%$	92
Abbildung 5-31 Zwei quasistationäre Abschnitte	93
Abbildung 5-32 Standardisierte Residuen aus Abschnitt 15	94
Abbildung 5-33 Verteilungskurve der Residuen von Abschnitt 15	94
Abbildung 5-34 Eigenschaften von Parabeln	96
Abbildung 5-35 1. Abschnitt aus dem Signal	97
Abbildung 5-36 2. Abschnitt aus dem Signal	97
Abbildung 5-37 1. Abschnitt und Approximierte	98
Abbildung 5-38 2. Abschnitt und Approximierte	98
Abbildung 5-39 Übersicht zu den Korrelationen	99
Abbildung 5-40 Zusammensetzen der Parabeln	99
Abbildung 5-41 ungünstige Approximation eines Abschnitts	99
Abbildung 5-42 Abschnitt der IR mit Maxima (Punkte) und 10 % Schranke (gerade dicke Linie bei 0,1 über der Zeit)	101
Abbildung 5-43 Dämpfungsfunktion für den ersten Abschnitt (dicke Linie) im Vgl. zu Abb. 5-42	101
Abbildung 5-44 Nulldurchgänge(helle Punkte) und Maxima (dunkle Punkte) für einen Ausschnitt der IR	102
Abbildung 5-45 Nulldurchgänge für wenige Abtastwerte in der halben Periode	102
Abbildung 5-46 Ausschnitt aus Modell(durchgezogene Linie) und gemessener IR (gestrichelt)	105
Abbildung 5-47 Güte für alle Abschnitte	105
Abbildung 5-48 Güte für 62 Funktionen	106
Abbildung 5-49 Güte für 78 Funktionen	106
Abbildung 5-50 Güte für 88 Funktionen	106
Abbildung 5-51 Güte für 91 Funktionen	106
Abbildung 5-52 Org. und MFAZ (62)	106
Abbildung 5-53 Org. und MFAZ (78)	106
Abbildung 5-54 Org. und MFAZ (88)	106
Abbildung 5-55 Org. und MFAZ (91)	106
Abbildung 6-1 p-Ebene mit Pol für $x(t) = e^{-at}$ mit $a = 1$	111
Abbildung 6-2 p-Ebene für $\mathcal{L}\{\sin(\omega_1 t)\}$ mit $\omega_1 = 1$	112
Abbildung 6-3 PN-Bild (gedämpfte Schwingung mit $f_1(t) = e^{-a_1 t} \sin(\omega_1 t)$)	112
Abbildung 6-4 Biquad (Block 2. Grades)	114
Abbildung 6-5 Parallelstruktur für die approximierte IR	114
Abbildung 7-1 Histogramm Stück 1	121
Abbildung 7-2 Histogramm Stück 2	121
Abbildung 7-3 Histogramm Stück 3	121
Abbildung 7-4 Histogramm Stück 4	121

<i>Abbildung 7-5 Histogramm Stück 5</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-6 Histogramm Stück 6</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-7 Histogramm Stück 7</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-8 Histogramm Stück 8</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-9 Histogramm Stück 9</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-10 Histogramm Stück 10</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-11 Histogramm Stück 11</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-12 Histogramm Stück 12</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-13 Histogramm Stück 13</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-14 Histogramm Stück 14</i>	<i>122</i>
<i>Abbildung 7-15 Histogramm Stück 15</i>	<i>123</i>
<i>Abbildung 7-16 Histogramm Stück 16</i>	<i>123</i>
<i>Abbildung 7-17 Histogramm Stück 17</i>	<i>123</i>
<i>Abbildung 7-18 Histogramm Stück 18</i>	<i>123</i>
<i>Abbildung 7-19 Histogramm Stück 19</i>	<i>123</i>
<i>Abbildung 7-20 Histogramm Stück 20</i>	<i>123</i>

Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle 2-1 Hörsamkeitsmaße für Musik und Sprache</i> -----	19
<i>Tabelle 3-1 Gegenüberstellung von Anregungssignalen</i> -----	27
<i>Tabelle 4-1 Vergleich zeitlicher Merkmale von IR</i> -----	52
<i>Tabelle 4-2 Hörsamkeitsmaße</i> -----	53
<i>Tabelle 4-3 Merkmalszahlen zu den gemessenen IR</i> -----	55
<i>Tabelle 4-4 Überblick zu statistischen Kennwerten</i> -----	61
<i>Tabelle 5-1 Auswertung zu den Regressionsverfahren</i> -----	76
<i>Tabelle 5-2 Gegenüberstellung der Modellgleichungen</i> -----	89
<i>Tabelle 5-3 Gegenüberstellung der Gütemaße</i> -----	92
<i>Tabelle 5-4 Kennwerte für stationäre Abschnitte einer IR</i> -----	93
<i>Tabelle 5-5 Verringerung der Parameter</i> -----	95
<i>Tabelle 5-6 Übersicht zu veränderten Bedingungen bei der Approximation und der Güte r</i>	105
<i>Tabelle 5-7 Vergleich zwischen statistischen Momenten</i> -----	107
<i>Tabelle 5-8 Hörsamkeitsmaße im Vergleich</i> -----	108
<i>Tabelle 7-1 Bewertungsskala nach CCIR</i> -----	116
<i>Tabelle 7-2 AB – Hörtest und zugeordnete Wahrscheinlichkeiten bei $n = 10$</i> -----	117
<i>Tabelle 7-3 Angaben über die Testpersonen</i> -----	118
<i>Tabelle 7-4 Überblick über die verwendeten trockenen Stücke</i> -----	119
<i>Tabelle 7-5 Bewertung der Stücke A und B und der Raumgröße</i> -----	120
<i>Tabelle 7-6 Auswertung des Tests zu einer Wahrscheinlichkeit ($p_0 = 0,8$)</i> -----	124

1 Einführung

Diese Arbeit untersucht die Möglichkeiten für die Approximation gemessener Raumimpulsantworten (RIA). Die durch die Approximation gefundene Modellfunktion soll in Echtzeit mit einem vorhandenen DSP (Digitaler Signal Prozessor) umgesetzt werden. Die Überprüfung der Approximationsergebnisse erfolgt mittels Hörtest. Das Verfahren soll für transiente Signale allgemeingültig sein und somit interessant für die Forschung und die Wirtschaft. Im Weiteren werden ein Überblick und die Ziele dieser Arbeit beschrieben.

1.1 Einleitung

In unserer täglichen Umwelt spielt die Akustik nicht nur bei der Kommunikation eine wichtige Rolle. Eine Schallquelle ruft ein Schallfeld hervor, das die Informationen von der Schallquelle, der die Eigenschaften der Umgebung aufgeprägt werden, beinhaltet. Diese Informationen werden von unserem Gehör ausgewertet, so dass eine Wahrnehmung der Umgebung möglich ist. Ein Hörer verbindet dabei die auditive Wahrnehmung mit der für ihn erfassbaren Umgebung. Um eine virtuelle auditive Umgebung zu erzeugen, muss dem Hörer eine veränderte Hörinformation (Umgebung, Raum mit seinen Übertragungseigenschaften) angeboten werden.

Dabei bietet die Digitaltechnik heute beste Möglichkeiten bei der Manipulation von Signalen und hoher Qualität. Für die Verarbeitung der digitalen Daten sind die Qualitätsparameter der AD- und DA- Umsetzer entscheidend. Sie bilden die Schnittstelle zur analogen Welt. Die digitale Signalverarbeitung selbst kann mit der heutigen Rechentechnik quasi beliebig genau erfolgen, wobei mitunter noch Abstriche bei den Prozessorausführungen wegen der begrenzten Wortbreite gemacht werden können. Die Verarbeitungsbandbreite für den Audiobereich liegt heute bei 20 kHz und einem Signal-Rausch-Abstand von theoretisch mehr als 90 dB.

Eine wichtige Größe in der Raumakustik ist die Stoß- oder Impulsantwort (Impulse Response, IR). Entsprechend der Theorie von LTI - Systemen (linear time invariant) sind alle Übertragungseigenschaften des betreffenden Systems in der Impulsantwort enthalten. D.h., dass "das Eingangssignal sich zum Ausgangssignal nur in der vorgegebenen zeitlichen Verschiebung unterscheidet"¹. Bei LTI - Systemen sind Linearität, Zeitinvarianz, Stabilität, Homogenität und Additivität gefordert.

Mit einem entsprechenden Messsystem liegt die Raumimpulsantwort (RIA) als zeit- und wertdiskrete Zahlenfolge vor. Dabei kann mit Abtastfrequenzen bis 96 kHz gearbeitet werden, was einer Verarbeitungsbandbreite kleiner 48 kHz entspricht. Der erreichbare Signal – Rauschabstand hängt dann vom Anregungssignal des Messsystems und den Umgebungsbedingungen bei der Messung ab und beeinflusst direkt die Qualität des mit der Raumimpulsantwort aufgeprägten Audiosignals. Dafür werden Digitalrechner mit entsprechenden Entwicklungsumgebungen (Digitale- Signal- Prozessor- Entwicklungsumgebung) eingesetzt.

Um dem Audiosignal beispielsweise räumliche Informationen aufzuprägen, können verschiedene Verfahren zur Erzeugung und Aufprägung der räumlichen Eigenschaften

¹ "Angewandte Systemtheorie", D. Kreß, R. Irmer, Verlag Technik Berlin 1990, S. 54

angewandt werden. Ausgangspunkt ist die messtechnische Erfassung räumlicher Eigenschaften in der Raumakustik. Dabei dient die gemessene RIA der akustischen Beschreibung von Räumen, da in ihr alle Übertragungseigenschaften enthalten sind. Weil die gemessenen RIA eine sehr große Anzahl an Filterkoeffizienten besitzen, lassen sie sich nur mit erheblichem Aufwand zur Nachbearbeitung von nachhallarmen Audiosignalen verwenden. Ein Modell zur Approximation der gemessenen RIA bietet dagegen eine kostengünstigere und effektivere Möglichkeit, nachhallarme Audiosignale mit einem entsprechenden Raumeindruck zu versehen. Damit liefert diese Arbeit ein verbessertes Verfahren zur Nachbildung akustischer Umgebungen gegenüber den dem Autor aus der Literatur bekannten Verfahren.

Um dem Hörer eine modellierte räumliche Information anzubieten, soll die gemessene Raumimpulsantwort zur Umsetzung verwendet werden. Sinnvollerweise muss für eine natürliche akustische Wahrnehmung mit binauralen Signalen gearbeitet werden. In dieser Arbeit bildet aber die Modellierung bzw. die Nachbildung des Raumes als eine akustische Umgebung den Hauptschwerpunkt. Dabei wird zunächst von der monauralen gemessenen Raumimpulsantwort ausgegangen, die für die Leistungsfähigkeit des Verfahrens ausreichend ist. Die Motivation zu dieser Untersuchung ist das näherungsweise mathematische Erfassen des realen Schallfeldes mit Hilfe der RIA, so dass eine Beeinflussung der Rauminformation an Hand einer begrenzten Parameteranzahl möglich wird. Dabei liegt der Wunsch nahe, mit Hilfe eines solchen Modells die entsprechende Akustik zu virtuell erzeugten Umgebungen zu simulieren.

Die Realisierung einer modellierten Raumimpulsantwort soll als digitales Filter mit möglichst wenigen Koeffizienten erfolgen. Die Filterstruktur hängt dabei direkt von der Modellgleichung ab. Dadurch erhält man eine effiziente Möglichkeit zur Verwendung gemessener RIA bei der Verarbeitung von Audiomaterial.

Zur Überprüfung des Modells oder der Modellgleichung erfolgt ein Test zur Qualität (Hörtest in Anlehnung an die ITU-R BS.1116; *International Telecommunication Union Radio communications Sector Broadcasting Service (Sound) 1116* und Test zu einer Wahrscheinlichkeit). Dabei wird die Qualität des Verfahrens unter Ausnutzung der Eigenschaften des menschlichen Gehörsinns überprüft.

Der Hörtest wird mit unterschiedlichen Audiosignalen und einer ausreichend großen Anzahl an Testhörern durchgeführt, um signifikante Aussagen treffen zu können. Dabei wird die Räumlichkeit zwischen dem Original (Audiosignal mit gemessener Raumimpulsantwort) und dem bearbeiteten Signal (Audiosignal mit modellierter Raumimpulsantwort) untersucht.

Es gibt eine Vielzahl von akustischen Messverfahren und objektiver raumakustischer Kriterien zur Beurteilung der Eigenschaften eines Raumes. Dazu wird ein Überblick im Punkt 3 gegeben. Ebenso werden bekannte Verfahren der Raumsimulation hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit betrachtet.

Für die Modellierung eines so komplexen Signals wie der Raumimpulsantwort, wird eine Analyse des Signals hinsichtlich seiner Eigenschaften durchgeführt. Mit den gewonnenen Informationen wird das Signal durch ein Modell approximiert. Zur Beschreibung des Problems sind verschiedene Modellgleichungen entworfen und untersucht worden. Mit einem Modell wird eine digitale Filterstruktur bestimmt. Ausgewählte nachhallarme Audiosignale werden gefiltert, um im Anschluss einen vergleichenden Hörtest durchführen zu können.

1.2 Überblick

Ausgangspunkt akustischer Betrachtungen ist das Schallfeld. Möglichkeiten der Beschreibung und Bewertung in der Raumakustik mit den entsprechenden Hörsamkeitsmaßen werden im Punkt 2 vorgestellt. Dabei spielt der Raum eine zentrale Rolle.

Im Punkt 3 werden Mess- und Simulationsverfahren aufgeführt. Dabei werden bekannte akustische Simulationsverfahren beschrieben. Akustische Messverfahren werden betrachtet. Hier soll das zu verwendende Messverfahren herausgearbeitet werden. Der Schwerpunkt liegt bei der Messung der Raumimpulsantwort, da diese zur Approximation verwendet wird.

Anschließend werden im Punkt 4 Messungen zu Raumimpulsantworten in unterschiedlichen Räumen vorgestellt.

Im folgenden Punkt 5 werden Modellgleichungen, Verfahren zur Approximation mit Hilfe der Regression auf der Grundlage der gemessenen Raumimpulsantwort erläutert. Außerdem wird auf die Gewinnung der Startwerte für die jeweilige Modellgleichung, die Verringerung der Anzahl der Parameter in der Modellgleichung, statistische Maßzahlen und Gütemaße und die Residuenanalyse eingegangen. Verschiedene Modelle werden vorgestellt.

Im Punkt 6 geht es um die Bestimmung und Erstellung von digitalen Filtern. Der Schwerpunkt liegt hier bei den IIR-Filtern und der aus dem Modell zu erstellenden Filterstruktur.

Punkt 7 stellt die Ergebnisse des Hörtests dar, der zur Bewertung der Approximation der Raumimpulsantwort durchgeführt wurde.

Eine Zusammenfassung im Punkt 8 zeigt die Vorgehensweise zur Entwicklung des Verfahrens auf.

Der Arbeit beigelegt ist der Anhang A. Im Anhang A befinden sich Herleitungen, Daten, Tabellen und Berechnungen.

2 Beschreibung und Bewertung in der Raumakustik

In jedem Raum stellt man eine andere Akustik fest. So klingt ein Schallereignis in einem großen Raum mit ausschließlich schallharten Wänden „hallig“, dagegen in einem kleinen Raum mit stark absorbierenden Wänden (nachhallarm) „trocken“. Das Schallereignis selbst kann durch Sprache, Musik, Geräusche etc. entstehen. Der Klang entsteht durch die Eigenschwingungen der erzeugenden und weiterleitenden Systeme sowie durch externe Signale. Dabei ist es wie in der Nachrichtentechnik auch in der Raumakustik üblich, die Übertragungseigenschaften des Systems entweder durch die Impulsantwort oder durch die komplexe Übertragungsfunktion zu beschreiben. Da es keine Beschreibungen des Gesamtverhaltens des Raumes auf den Hörmechanismus gibt, wurden Einzelmaße bestimmt, die Aussagen für die auditive Wahrnehmung bereitstellen.

Bei der Übertragung gelangt der Schall einmal direkt vom Sender zum Empfänger und indirekt über Reflexionen an Decke, Boden und über Wände zum Empfänger. Der so beobachtete Klangeindruck entsteht durch die Überlagerung von eben diesen Schallanteilen. Der Mensch kann so Rückschlüsse auf seine Umgebung ziehen, insbesondere auf die Raumgröße. Die Raumgröße ist als Information in der RIA vorhanden. Dabei wird eine Analyse der Impulsantwort vorgenommen.

Um die Schallausbreitung oder das Schallfeld in einem Raum beschreiben zu können, wählte man verschiedene theoretische Ansätze. Daraus entstanden die statistische, die geometrische und die wellentheoretische Raumakustik.

Zur wellentheoretischen Betrachtung verwendet man bei der Darstellung des Schallfeldes und bei der Schallausbreitung die Wellengleichung. Schall ist eine periodische Druckschwankung (verursacht durch Sprechen, Musikinstrumente etc.), die sich in einem elastischen Medium (z.B. Luft, Wasser, Festkörper etc.) ausbreitet. D.h., wenn eine Schallquelle ein elastisches Medium zum Mitschwingen anregt, dann entsteht eine sich um die Schallquelle ausbreitende Schallwelle, das Schallfeld. Solche Schwingungen entstehen, wenn die kleinsten Teilchen eines elastischen Stoffes durch eine äußere Kraft aus ihrer Gleichgewichtslage herausbewegt und anschließend sich selbst überlassen werden. In Folge der ihnen innewohnenden Elastizitäts- und Trägheitskräfte pendeln die Materieteilchen periodisch um ihre ursprüngliche Ruhelage hin und her. Dabei entstehen zeitliche und räumliche Schwankungen von Dichte ρ , Schallschnelle v und Druck p . Das Schallfeld wird vollständig durch den Druck und die Schnelle beschrieben. Für sinusförmige Schwingungen ist die Schallschnelle $v = v_0 \sin(\omega t)$. Weiter gilt $\rho = \rho_0 + \rho_{\sim}$ und $p = p_0 + p_{\sim}$ mit den Ruhewerten p_0, ρ_0 . Dabei ist $p_0 \gg p_{\sim}, \rho_0 \gg \rho_{\sim}$. Die Schallausbreitung ist beschrieben durch die Zustandsgleichung des Mediums und durch die hydrodynamische Grundgleichung.

Bei der geometrischen Raumakustik verwendet man zur Beschreibung der Schallausbreitung die Gesetze aus der geometrischen Optik [Kuc1983] [Cre1990]. Diese Art der Betrachtung gilt nur für bestimmte Bedingungen. So vergeht beim Einschalten einer Schallquelle eine Zeit t , bis ein stationärer Zustand im Raum erreicht wird. Innerhalb dieser Zeit t kann die Ausbreitung des Schalls geometrisch betrachtet werden, weil die Schallereignisse den Beobachter nacheinander erreichen [Cre1990]. Mit den entsprechenden Methoden (s. Punkt 3.2.2) kann die Raumimpulsantwort (transienter Vorgang) an einzelnen Punkten im Raum bestimmt werden.

Wird die Zeit t überschritten, stellt sich ein stationärer Zustand ein. Die Energie im Raum ist konstant. Das Schallfeld wird dann als diffuses Schallfeld betrachtet. Die Anzahl der direkten und reflektierten Strahlen ist sehr groß, so dass nur noch statistische Aussagen gemacht werden können. Dabei steht das Schallereignis im Raum im Vordergrund. Bei der statistischen Raumakustik sind das Volumen, die Wandflächen (gesamte Raumboberfläche) S , das Absorptionsvermögen A und die entsprechenden Absorptionskoeffizienten α (Gleichung 2-1) oder Reflexionskoeffizienten ζ von Bedeutung. Dabei gilt $\alpha + \zeta = 1$ mit $\alpha = 1$ für totale Absorption und $\zeta = 1$ für totale Reflexion.

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{S} \sum_n \alpha_n S_n \quad \text{mit} \quad S = \sum_n S_n \quad A = \sum_n \alpha_n S_n \quad \text{Gleichung 2-1}$$

2.1 Das Schallfeld im Raum

Das entstehende akustische Schallfeld im Raum unterscheidet sich deutlich von der Schallausbreitung im Freifeld. Im Freifeld nimmt der Druck proportional zur Entfernung ab. Im Raum kommt es zu Reflexionen infolge der Begrenzungsflächen.

Das akustische Verhalten eines Raumes wird wesentlich durch sein Volumen V , die Begrenzungsflächen und den damit verbundenen Schallabsorptionsgraden bestimmt. Absorptionsgrade sind frequenz-, materialdicken-, einfallswinkel- und strömungsresistenzabhängig. Bei der Absorption wird der auf die Wand auftreffende Schall in Wärme umgesetzt oder in einen angrenzenden Raum übertragen. Der interessierende Frequenzbereich liegt in der Bauakustik zwischen 250 Hz und 4 kHz und in der Raumakustik für den gesamten Hörfrequenzbereich.

Aufbau und Abklingen des Schallfeldes im Raum ist ein zeitlicher Vorgang. Eine Schallquelle, die allseitig einen Schallimpuls in einen geschlossenen Raum abstrahlt, bewirkt eine Reflexion dieses Schallimpulses an den Begrenzungsflächen des Raumes. Die Art der Reflexion ist vom Material und der Geometrie abhängig. Der Schall wird nicht nur reflektiert, sondern kann auch gebeugt, absorbiert, gebündelt und zerstreut werden. Am Empfängerort treffen nach dem Direktschall erste Reflexionen ein, die bedeutend für das Hörereignis sind (Hörsamkeitsmaße nach DIN EN ISO 3382 oder Gleichung 2-6 ... 2-10). Anschließend trifft der Nachhall ein, der sich aus schnell verdichtenden Reflexionen zusammensetzt. Der Nachhall ist um so größer, je weniger Schall absorbiert wird. Die Dauer des Nachhalls wird durch die Nachhallzeit erfasst. Der späte Nachhall kann durch das diffuse Schallfeld beschrieben werden.

Die Dauer und die Stärke des Nachhalls sind annähernd im Raum gleich. Das resultiert aus dem den Raum gleichmäßig ausfüllenden diffusen Schallfeld, welches sich durch eine Vielzahl an sich überlagernder Reflexionen im Raum einstellt, wenn er lange genug angeregt wird. Dieses diffuse Schallfeld enthält keine Vorzugsrichtung (Druck ist unabhängig vom Ort) bezüglich des Schallereignisses. Nur in der Nähe der Schallquelle gibt es noch ein gerichtetes Schallfeld. Dort ist der Druck des unreflektierten Direktschalls größer als im diffusen Schallfeld im Raum. Bei kleiner Entfernung gilt noch $p \sim \frac{1}{r}$, wenn von einem Kugelstrahler ausgegangen wird. Man findet den Hallradius am Schnittpunkt der beiden Kurven – am Übergang zwischen gerichtetem und diffusem Schallfeld (Gleichung 2-7).

In einem kleinen Raum baut sich das diffuse Schallfeld schneller auf als in einem großen, weil der Schall wesentlich häufiger innerhalb einer kurzen Zeitspanne reflektiert wird. Durch

Einbringen von Streukörpern kann man ein gleichmäßig im Raum verteiltes diffuses Schallfeld erzielen. Ein diffuses Schallfeld baut sich nur bei impulsförmiger und breitbandiger Anregung des Raumes auf [Dic1987].

Der Aufbau des diffusen Schallfeldes bei andauernden Signalen erfolgt immer nach dem gleichen Schema. Nach der dauernden Anregung des Raumes steigt der Wert zuerst bis auf einen konstanten Wert an (Anhall), und nach dem Abschalten fällt der konstante Wert wieder ab (Nachhall). Beim Anhall benötigt der Schall eine gewisse Zeit, bis er am Empfänger eintrifft. Dort wird er als Direktschall registriert. Nun steigt die Amplitude des Schalls bis zu einem Endwert an (zusammengesetzt aus Einzel- und Mehrfachreflexionen). Nach Abschalten der Schallquelle ist der Nachhall durch die Laufzeiten der noch am Empfänger eintreffenden Reflexionen wahrnehmbar.

Durch die zeitliche Struktur des Schalls im Raum hören wir, ob es sich bei dem Raum um einen halligen oder weniger halligen Raum handelt.

Objektive, das Schallfeld beschreibende, Werte und Funktionen sind die Raumimpulsantwort (Impulse Response, IR) selbst, die daraus abgeleiteten Maße C_{50} (Deutlichkeitsmaß), C_{80} (Klarheitsmaß), D_{50} (Deutlichkeitsgrad) und weitere.

Die Schallenergie berechnet sich aus der gemessenen Raumimpulsantwort, die $[u(nt) \sim p(nt)]$ eine aperiodische Zeitfunktion ist, mit $u^2(nt) \sim P_{phys}$ die eine Leistung und $\int u^2(t)dt$ eine Energie im systemtheoretischen Sinne darstellt. Dabei eignet sich das Verfahren der Rückwärtsintegration zur Bestimmung der Energiedichte $\int_{t=\tau}^{\infty} u^2(t)dt$.

2.2 Beschreibung des Raumverhaltens mit der Impulsantwort

Das akustische Raumverhalten kann bei impulsförmiger Übertragung zwischen einem Sender und einem Empfänger durch die IR (Impulse Response, Impulsantwort) beschrieben werden. Die IR enthält den Direktschall und eine Anzahl von Reflexionen. Zum Ende der IR erhöht sich die Anzahl der Reflexionen bei gleichzeitigem Abfall der Amplitude. Eine kleine Veränderung des Abstandes zum Empfänger bewirkt eine Änderung der Struktur der IR. Diese ändert sich besonders deutlich bei Räumen mit großer Nachhallzeit und großem Volumen (z.B. Konzerthallen). In kleinen Räumen existiert eine relativ starke Korrelation zwischen den gemessenen IR bei kleiner Abstandsänderung des Empfängers. In großen Räumen ist der Zusammenhang eher nichtlinear. Die IR kann in vier zeitliche Bereiche unterteilt werden. Zur Zeit $\Delta t = 0$ trifft der Direktschall ein. Sogenannter Pseudodirektschall (oder frühe Reflexionen) trifft bei $0 < \Delta t \leq 20 \text{ ms}$ ein. Erste Reflexionen treffen bei $20 < \Delta t \leq 100 \text{ ms}$ ein, späte Reflexionen entsprechend nach 100 ms. Diese Abschnitte sind besonders ausgeprägt für gemessene IR in halligen, großen Räumen. In kleinen oder in größeren, stark bedämpften Räumen findet man meist nur die ersten 2 Abschnitte. Der Direktschall beinhaltet den Informationsgehalt der Quelle. Dazu sei auf Lautsprechermessungen mit der Maximum-Length-Sequenz-Methode (MLS-Methode) oder andere Messmethoden (siehe Punkt 3.1) verwiesen. Die pseudodirekten Reflexionen verstärken den Direktschall durch Integration des menschlichen Hörsystems. Sie sind bedeutend für die Verständlichkeit von Sprache und Musik. Erste Reflexionen sind für einen guten Klang bei Musikdarbietungen (Lautheit und Klarheit, vgl. Gleichung 2-7 ... 2-10) von Nutzen. Sie bestimmen die subjektive Entfernung zum Schallereignisentstehungsort. Späte

Reflexionen bestimmen den diffusen Klangeindruck (Größe, Fülle etc.). Aus der IR lassen sich die Hörsamkeitsmaße bestimmen, die den Informationsgehalt der IR auf eine Zahl reduzieren (vgl. Tabelle 2-1).

Meist sind die akustischen Messobjekte (Raum mit speziellen Eigenschaften wie z. B. Sprecherraum, Konzertsaal, Hörsaal etc.) in guter Näherung LTI-Systeme (lineare zeitinvariante Systeme oder im Englischen „linear time invariant systems“). Für die Eigenschaften solcher Systeme sei auf [Kre1989] verwiesen.

Der Lautsprecher erzeugt einen der Stärke des Eingangsstromes proportionalen Schalldruck, solange er im linearen Bereich arbeitet und sich während des Betriebes nicht wesentlich erwärmt.

Da der Raum, für nicht zu große Pegel und für feste Anordnungen, ein LTI-System darstellt (Linearität, Zeitinvarianz, Kausalität), können Übertragungseigenschaften durch die Impulsantwort beschrieben werden [Kre1989]. Dabei wird das LTI-System verlassen, wenn der Pegel bei der Anregung des Raumes zu groß ist, die Position der Anordnung verändert wird oder interaktiv Veränderungen im Raum vorgenommen werden. Dann ist von einem zeitvarianten, orts- und zustands- System zu sprechen.

Im Allgemeinen stellt die Raumimpulsantwort eine Druck-Zeit-Funktion dar. Diese kann auch in eine Pegel (Energie)- Zeit-Funktion oder eine Spannungs-Zeit-Funktion umgerechnet werden. Ihr Aussehen hängt von der Geometrie, den Wandabsorptionsgraden und der Sender-Empfängeranordnung ab. Die Geometrie des Raumes kann einfach sein, zum Beispiel ein Quaderraum oder sich aus räumlichen geometrischen Formen zusammensetzen, wie Kreiszylinder mit aufgesetztem Kreiskegel oder ein Prisma usw.. Aber auch spezielle geometrische Eigenheiten, wie Balkone in Konzerthallen, unterschiedliche Baumaterialien, Bestuhlung, Verhältnis des Darstellungsraums (Bühne) zum Hörerraum und die Sitzfläche beeinflussen das akustische Verhalten des Raumes. Der Raum sollte immer im Zusammenhang mit der Wellenlänge betrachtet werden, denn um Schall reflektieren zu können, muss eine Fläche Abmessungen mehrerer Wellenlängen haben. Dabei kann das Raumverhalten abgeschätzt werden. Ist der Raum kleiner als die Wellenlänge, dann verhält er sich wie eine Druckkammer. Sind die Abmessungen des Raumes in der gleichen Größenordnung wie die Wellenlänge (parallele Wände), dann muss mit stehenden Wellen und Raumresonanzen gerechnet werden. Ist die Wellenlänge nicht groß genug für eine statistische Beschreibung (Reflexionsgesetze), dann haben einzelne diskrete Reflexionen Einfluss auf die Akustik des Raumes. In jedem Fall spielt die Belegung der Wandflächen mit entsprechenden Wandmaterialien eine Rolle. Meist sind die Wände mit unterschiedlichen Wandmaterialien versehen. D.h., man kann eine Wand nicht unbedingt als eine Fläche betrachten. Sie besteht aus vielen Teilflächen mit unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten und ist von ihrer Geometrie nicht immer ein Rechteck oder Quadrat. Sie kann ganz allgemein beispielsweise als Polygon aufgefasst werden. Weist die Oberfläche einer Wand Unebenheiten auf, erfolgt an dieser Stelle nicht nur eine Reflexion, sondern es können auch Streuung und Beugung [Vor1989] auftreten.

Im Raum findet man meist Nischen, Trennwände oder andere in den Raum ragende Formen. Diese können verdeckend bezüglich der Schallausbreitung sein. Ist das Hindernis gleich oder größer als die doppelte Wellenlänge, so wird der Schall um das Hindernis gebeugt. Nur bei etwa fünffacher Größe der Wand entsteht ein deutlicher Schallschatten – es wird der Schall reflektiert. Damit stellt der Raum, aus akustischer Sicht, ein sehr komplexes Gebilde dar.

Ausgehend von einer Spannungs-Zeit-Funktion (gemessene IR) kann die Raumübertragungsfunktion bestimmt werden. Dies ist vom jeweiligen Messsystem abhängig. Die Aussage, dass damit die Übertragungseigenschaften des Raumes erfasst werden, leitet sich aus der Signaltheorie ab.

$$y(t) = g(t) * x(t) = \int_{\tau=-\infty}^{+\infty} g(t) x(t-\tau) d\tau \quad \text{Gleichung 2-2}$$

Wird im Zeitbereich ein Eingangssignal $x(t)$ mit der Gewichtsfunktion $g(t)$ gefaltet, erhält man am Ausgang des LTI - Systems die Systemantwort $y(t)$ (Gleichung 2-2). Verwendet man zur Anregung einen Stoß $\delta_0(t)$ ($\delta_0(t)$ Diracstoß; Stoß unendlicher Amplitude und unendlicher Kürze) und faltet diesen mit der Gewichtsfunktion $g(t)$, so erhält man am Ausgang die Gewichtsfunktion $g(t-t_0)$ (Gleichung 2-3).

$$y(t) = g(t) * \delta_0(t_0) = \int_{t=-\infty}^{+\infty} g(t) \delta_0(t-t_0) dt = g(t-t_0)$$

oder mit $t_0 = 0$ erhält man $g(t)$.

Gleichung 2-3

$g(t) = h(t) \Rightarrow$ die IR

Da sich in der Praxis aber ein Diracstoß nicht herstellen lässt, kann man zur Gewinnung der Impulsantwort als Anregungssignal für den Raum Folgen maximaler Länge (Maximum-Length-Sequences auch MLS genannt) verwenden. Diese gemessene Systemantwort entspricht dann der theoretischen Gewichtsfunktion. Die Klasse der LTI-Systeme unterscheidet Systeme mit zeitkontinuierlicher und mit zeitdiskreter Gewichtsfunktion [Kre1989]. Da die Untersuchungen mit digitalen Rechnern durchgeführt werden, existieren ein zeitdiskretes Eingangssignal mit dem Zeitraster $1/f_a$ und auch ein zeitdiskretes

Ausgangssignal. Für die Stabilität ist hinreichend und notwendig $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$. Dies ist für alle realen Messungen gegeben.

2.3 Kennzahlen zum Raumverhalten

Weiter gibt es in der Raumakustik viele akustische Parameter, um die Hörsamkeit (DIN 18041, DIN EN ISO 3382) in Räumen zu beschreiben. Dabei werden objektive und subjektive Parameter unterschieden. Die subjektiven Parameter gehen auf die Hörempfindlichkeit und das Hörempfinden des Menschen ein und sind ausschlaggebend für das Befinden des Menschen in einem Raum. Zu subjektiven Parametern gehören die Merkmalspaare und die Silbenverständlichkeit. Der klassisch wichtigste objektive Parameter ist die Nachhallzeit (DIN 52216 / DIN EN ISO 3382). Sie stellt die Zeit dar, in der die Schallenergie im Raum um 60 dB abgenommen hat. Diese Größe bezieht sich dabei auf ein ideal ausgebildetes diffuses Schallfeld. Die Nachhallzeit repräsentiert die akustischen Eigenschaften eines Zuhörerraumes. Bei ihrer Bestimmung ist der Zustand des Raumes zu berücksichtigen.

Nachhallbestimmung nach Sabine:

$$T_N = \frac{0,163V}{\alpha S + (0,46\alpha_L)V} \approx 0,163[sm^{-1}] \frac{V}{S\alpha} \quad \text{Gleichung 2-4}$$

mit $\alpha_L < 0,02 dB/m \approx 0 dB/m$ für $f \leq 4 kHz$

Die Nachhallformel nach Sabine (Gleichung 2-4) ist eine Näherungsformel, die um so genauer ist, je kleiner der Absorptionsgrad ist. Besonders gilt diese Formel für Frequenzen, die kleiner als 4 kHz sind, da dann der Schallabsorptionsgrad der Luft annähernd Null ist. Bei Frequenzen größer 4 kHz nimmt die Absorption der Luft zu, so dass bei großen Räumen die Nachhallzeit wesentlich durch den Luftabsorptionskoeffizienten bestimmt wird. Eine andere Formel zur Bestimmung der Nachhallzeit ist Gleichung 2-5.

Nachhallbestimmung nach Eyring:

$$T_N = 0,163[sm^{-1}] \frac{V}{-S \ln(1-\alpha)} \quad \text{Gleichung 2-5}$$

Die Nachhallzeit ist wie die Schallabsorptionsgrade der Medien frequenzabhängig [Cre1976] [Cre1990]. Eine Herleitung der Formel für die Nachhallzeit und Abschätzung der Nachhallzeit für den Sprecherraum im Studio im Oeconomicum der Technischen Universität Ilmenau (TUI) befindet sich im Anhang A im Punkt 1.1. Hier sei noch das Verfahren von Schroeder und Kuttruff aufgezeigt. Dabei werden 6 Messungen im Raum an verschiedenen Orten durchgeführt. Um die Nachhallzeit zu bestimmen, wird eine Extrapolation durchgeführt. Der Anstieg des Pegelabfalls z.B. zwischen -5 dB und -35 dB wird bestimmt. Mit Hilfe der Geradengleichung kann die Nachhallzeit bei -60 dB bestimmt werden. Mit Hilfe von (Gleichung 2-6) kann nach Vorgabe z.B. von -5 dB eine Zeit t_{-5dB} und nach Vorgabe von -35 dB eine Zeit t_{-35dB} bestimmt (allgemein t_{-xdB}) werden. Entsprechend der Definition der Nachhallzeit erhält man $T_N = t_{-60dB} = 2(t_{-35dB} - t_{-5dB})$.

$$L = 10 \lg \frac{\int_0^{t_{-xdB}} h^2(t) dt}{\int_0^\infty h^2(t) dt} = -xdB \quad \text{Gleichung 2-6}$$

Die Nachhallzeit kann durch Volumenvergrößerung eines Raumes oder durch Verkleinerung der Absorption eines Raumes erhöht werden. So hat zum Beispiel ein Seminarraum an der TU Ilmenau eine größere Nachhallzeit als ein vom Raumvolumen her größeres Studio an der Universität Ilmenau. Jedoch ist die Raumabsorption beim Studio wesentlich größer, währenddessen im Seminarraum auf spezielle Absorptionsvorrichtungen verzichtet wurde.

Neben der Nachhallzeit gibt es noch weitere Maße zur Bewertung der Akustik eines Raumes. Diese Maße beschreiben ein subjektives Empfinden einer akustischen Raumqualität. Sie werden auch als Güte- oder Hörsamkeitsmaße bezeichnet und aus den Energiebetrachtungen hergeleitet. Dazu wird die Raumimpulsantwort gemessen und ihre Energie zu verschiedenen Zeiten betrachtet.

Konsonantenverlust:

$$Al_{cons} \approx 0,652 \left(\frac{r_{LH}}{r_r} \right)^2 T_N \quad \text{mit} \quad r_r \approx \sqrt{\gamma r_H} \quad \text{und} \quad r_H \approx 0,057 \sqrt{\frac{V}{T_N}} \quad \text{Gleichung 2-7}$$

Die Konsonantenverständlichkeit (Gleichung 2-7) nimmt mit der Verlängerung der Nachhallzeit T_N (Gleichungen 2-4 ... 2-6) und mit der Vergrößerung des Abstandes zwischen Hörer und Quelle r_{LH} ab. Mit dem Hallradius r_H (Abstand, bei dem Direktschallenergie gleich der Diffusschallenergie ist) und dem Bündelungsgrad γ der Schallquelle lässt sich der effektive Hallradius (Richtungsentfernung) r_r bestimmen. Auch dieser Parameter ist ein objektives Maß. Er (Gleichung 2-7) wird zur Beurteilung der Sprachverständlichkeit in Räumen verwendet und gibt den Anteil der nicht verstandenen Konsonanten an. Die Gleichung 2-7 ist eine Näherung. Sie besitzt nur Gültigkeit für die Relation $r_{LH} \leq 5 r_r$. Nach Zollner und Zwicker ändert sich die Berechnungsvorschrift zu

$$Al_{cons} = \frac{r_{LH}^2 T_N^2}{\gamma V} 200\% \quad \text{für} \quad 0 < r_{LH} < 3 r_r. \quad \text{Wird der Abstand größer, zum Beispiel } r_{LH} > 3,5 r_r,$$

dann gilt nach Zollner und Zwicker $Al_{cons} = T_N 9\%$.

Der Signal – Rauschabstand sollte bei der Anwendung der Gleichung 2-7 größer als 35 dB sein. Der Wert nach Gleichung 2-7 nimmt mit größer werdendem r_{LH} und größer werdender T_N zu, was leicht aus der Gleichung 2-7 zu erkennen ist.

Andere objektive Größen der Raumakustik sind das Deutlichkeitsmaß C_{50} (Gleichung 2-8), das Klarheitsmaß C_{80} (Gleichung 2-9), der Deutlichkeitsgrad D_{50} (Gleichung 2-10) und das


$$\text{Raumeindrucksmaß R. R ist definiert zu } R = 10 \log \frac{\int_{0ms}^{\infty} p_k^2(t)dt + \int_{25ms}^{80ms} p_k^2(t)dt - \int_{25ms}^{80ms} p_g^2(t)dt}{\int_{0ms}^{25ms} p_k^2(t)dt + \int_{25ms}^{80ms} p_g^2(t)dt} \quad \text{in dB.}$$

Mit $p_k(t)$ ist die mit einem omnidirektionalen Mikrofon gemessene Raumimpulsantwort gemeint und mit $p_g(t)$, die mit einem Richtmikrofon bei $\pm 40^\circ$ erfasste Raumimpulsantwort.

Diese Größen (Gleichung 2-8 ... 2-10 und R) sind hochkorrelierte Einzelparameter, die sich aus der Energieimpulsantwort (unipolar) ergeben. In diesen Maßen wird die Raumgeometrie (Direktschall, erste Reflexionen) berücksichtigt. Der **Raumeindruck**, als Empfindung von Größe und Ausstattung eines Raumes, wird in Hörereinbezogenheit, Raumgröße, Halligkeit und Räumlichkeit unterteilt. Er spielt bei der Entwicklung von dreidimensionalen Audiosystemen eine wichtige Rolle bei deren Beschreibung. Der **Raumeindruck** als beschreibende Größe wird im Kapitel 7 zu den Hörtests als Parameter herangezogen. Einfluss haben dabei die lateralen Reflexionen bis 100 ms.

Deutlichkeitsmaß nach Ahnert:

$$C_{50} = 10 \lg \frac{\int_0^{50ms} p^2(t)dt}{\int_{50ms}^{\infty} p^2(t)dt} \quad \text{Gleichung 2-8}$$

Das Deutlichkeitsmaß (Gleichung 2-8) ist ein Maß für die Silbenverständlichkeit oder Deutlichkeit der Sprache. Es ist definiert als Verhältnis des zehnfachen Logarithmus  bis 50 ms eintreffenden Schallenergie zur gesamten danach eintreffenden Schallenergie. Die Klarheit C_{50} ist durch das Verhältnis von früh eintreffender zu spät eintreffender Energie gegeben. Sie ist ein Maß für die Durchsichtigkeit von Musik oder Sprache. Als Grenze zwischen frühem und spätem Energieanteil wird die Zeitgrenze zu 50 Millisekunden gewählt, wenn Sprache bewertet werden soll. Das Deutlichkeitsmaß (Gleichung 2-8) ist um so besser, wenn der Wert größer 0 dB ist. Hier liegt ein besonderes Gewicht auf den ersten Reflexionen, die dem Signal seine Klangfärbung geben.

Ein fester Zusammenhang besteht zwischen dem Deutlichkeitsmaß (Gleichung 2-8) und der Silbenverständlichkeit. Ist C_{50} größer als 0 dB, so liegt die Silbenverständlichkeit bei ca. 90 %.

Klarheitsmaß nach Abdel Alim:

$$C_{80} = 10 \lg \frac{\int_0^{80ms} p^2(t) dt}{\int_{80ms}^{\infty} p^2(t) dt} \quad \text{Gleichung 2-9}$$

Das Klarheitsmaß (auch Musikklarheitsmaß genannt; Gleichung 2-9) ist ein Maß für die Durchsichtigkeit der Musik. Es ist definiert als zehnfacher Logarithmus des Verhältnisses der bis 80 ms eintreffenden Schallenergie zur danach eintreffenden Schallenergie. Es ist (Gleichung 2-9) ein Maß für die zeitliche Durchsichtigkeit, für die Klarheit bei Sprache und Musik. Gleichung 2-9 beschreibt die Klangfülle. Für Musikdarbietungen sollte dieses Maß bei entfernten Plätzen zwischen 0 ... 3 dB liegen [Rei1981].

Deutlichkeitsgrad nach Thiele:

$$D_{50} = \frac{\int_0^{50ms} p^2(t) \cdot dt}{\int_0^{\infty} p^2(t) \cdot dt} \cdot 100\% \quad \text{Gleichung 2-10}$$

Allgemein ergibt sich Deutlichkeit (Gleichung 2-10) aus dem Verhältnis der Schallenergie bis 50 ms bei Sprache und 100 ms bei Musik zur gesamten Energie. Für die Silbenverständlichkeit sind besonders die Reflexionen mit einer Verzögerung bis 50 ms von Bedeutung. Sie können dabei die Silbenverständlichkeit oder Deutlichkeit der Sprache erhöhen. Setzt man die Schallenergie, die innerhalb dieser 50 ms eintrifft, zur gesamten eintreffenden Schallenergie ins Verhältnis, so erhält man die Definition des Deutlichkeitsgrads in Prozentwerten ausgedrückt. Der Kehrwert des logarithmischen Deutlichkeitsmaßes $(-10 \log(D_{50}))$ liefert das sogenannte Hallmaß. Die Wahrnehmbarkeitsschwelle für Änderungen des Hallmaßes liegt bei ca. $\pm 2 \text{ dB}$ [Fas1987].

Die Hörsamkeitsmaße C_{50} , C_{80} , D_{50} sind 3 zeitliche Einzelparameter, und werden aus der 1-kanaligen (integrierten) Impulsantwort bestimmt. Bei diesen Maßen werden zeitabhängige

Teilenergien ins Verhältnis gesetzt. Neben den Maßen C_{50} , C_{80} stehen noch die statistischen Maße C_{50stat} , C_{80stat} zur Verfügung.

Es gibt noch wesentlich mehr dieser Parameter zur Beschreibung der Hörsamkeit in Räumen, zum Beispiel die Sprachverständlichkeit SpV, den Sprachübertragungsindex STI oder RASTI mit $0,9482 - 0,1845 \ln A/l_{cons}$, das Raumeindrucksmaß R oder den Seitenschallgrad S (nicht zu verwechseln mit der Fläche S in den Formeln Gleichung 2-1,2-4 und 2-5) etc..

Da es in dieser Arbeit auch um kleine Räume geht, zum Beispiel Sprecherräume, soll hier noch auf das Maß für die Sprachverständlichkeit SpV hingewiesen werden. Für die Silbenverständlichkeit werden Logatome² vor Testpersonen gesprochen. Dann wird das Verhältnis der richtig verstandenen zu den gesamten verlesenen Logatomen gebildet. Dieses Verhältnis entspricht der Silbenverständlichkeit. Die Berechnungsvorschrift für die Silbenverständlichkeit lautet dann $v = 96 k_F k_N k_C$. Der Wert wird als Prozentwert ausgedrückt. Dabei ist k_F der Silbenverständlichkeitsfaktor (Bandbreiteneinschränkung am Hörerort), k_N der Lautstärkefaktor (mit entsprechendem S/N am Hörerplatz) und k_C der Verständlichkeitsfaktor. Die Werte k_F und k_N werden aus entsprechenden Diagrammen entnommen, und k_C berechnet sich aus dem Deutlichkeitsmaß C_{50} mit $k_C = \sqrt[5]{\frac{1}{1 + 10^{\frac{C_{50}}{10 \text{ dB}}}}}$.

Kurz sei auch noch das sogenannte Bassverhältnis erwähnt. Es bestimmt sich aus den oktavweise bestimmten Nachhallzeiten. Es ergibt sich zu $BV = \frac{T_N(f_{m1}) + T_N(f_{m2})}{T_N(f_{m3}) + T_N(f_{m4})}$. Dabei sind

die f_{m_i} die jeweiligen Mittenfrequenzen des Bandpasses mit $i=1,2,...,4$. Sie sind gegeben zum Beispiel mit $f_{m1} = 125 \text{ Hz}$, $f_{m2} = 250 \text{ Hz}$, $f_{m3} = 500 \text{ Hz}$, $f_{m4} = 1000 \text{ Hz}$ usw.

Aber auch der Seitenschallgrad (räumlicher Einzelparameter, Verhältnis richtungsabhängiger Teilenergien), der die Stärke der seitlich einfallenden Reflexionen beschreibt, ist ein wichtiges Hörsamkeitsmaß. Um ihn zu bestimmen, muss mit einem Mikrofon mit Acht – Charakteristik (oder Dipolmikrofon seitlich quer 90° zur Vorrichtung) die seitlich einfallenden Reflexionen gemessen und diese dann ins Verhältnis der Messung mit einem Mikrofon mit

Kugel-Charakteristik gesetzt werden. Er kann berechnet werden mit $S = \frac{\int_{5 \text{ ms}}^{80 \text{ ms}} p_{m8}^2(t) dt}{\int_{0 \text{ ms}}^{80 \text{ ms}} p_{mK}^2(t) dt}$ und ist

das Verhältnis von Energie seitlich einfallender, früher Reflexionen ohne Direktschall zu der gesamten frühen Energie bis 80 ms [Kre2001]. Eine andere Beschreibung befindet sich in [Vor1989]. Der Seitenschallgrad wird oft mit der Räumlichkeit in Verbindung gebracht.

Ein weiteres Gütemaß in der Raumakustik ist die Interaurale Kreuzkorrelationsfunktion (IACF), mit der die unterschiedlichen Schalldrücke an den Ohren erfasst werden. Sie ist ein binaurales Maß und wird aus diesem Grund nicht weiter betrachtet. In dieser Arbeit werden monaurale Signale betrachtet, so dass die binauralen Maße keine Anwendung finden.

Neben diesen aufgezeigten Maßen seien noch die Anfangsnachhallzeit, die Running Reverberation, die Einfallswerte, die Einhüllung, die Intimität, die Wärme, die Lautstärke, das

² Wörter, die im Zusammenhang oder einzeln keinen Sinn ergeben

Flimmern, die Brillanz, die Balance, die Abstimmung, das Zusammenspiel, die Textur, die Gleichförmigkeit, die Störeffekte auf die Klangqualität und die Echofreiheit zur Einschätzung der Sprach- und Musikwiedergabe genannt.

Abschließend sei noch auf eine Arbeit [Kür1972] verwiesen, die die Momente der raumakustischen Impulsantworten als Beschreibungsmaße verwendet, wobei diese Momente definiert sind als $M_n = \int_0^{\infty} t^n |f(p(t))| dt$. Man erhält dann mit t^n eine mit der Zeit wachsende

Bewertung der Reflexionen. So kann mit dem Moment M_n auch der späte Anteil der Impulsantwort erfasst werden.

Ziel ist es, mit diesen Hörsamkeitsmaßen Räume akustisch zu beurteilen bzw. durch bauliche Vorgaben eine gute Akustik entsprechend der Funktion des Raumes zu gewährleisten. Dabei sei an dieser Stelle auf die o.g. Normen verwiesen. Die nachfolgende Tabelle 2-1 zeigt, getrennt nach Sprache und Musik, die Verwendung einiger Hörsamkeitsmaße sowie den guten Bereich dieser Maße.

Verwendung		Sinnvolle Intervalle (guter Wertebereich)
<u>SPRACHE</u>		
Sprachverständlichkeit	SpV	>85%
Speech transmission index	STI	>85%
Articulation loss of consonants	Al_{cons}	<15%
<u>MUSIK</u>		
Raumeindrucksmaß	R	-4 dB.....+6 dB
Seitenschallgrad	S	0,9....1,1
Nachhallzeit	T_N	0,3 s.....3,5 s
Deutlichkeitsmaß	C_{50}	>0 dB
Klarheitsmaß	C_{80}	-3 dB.....+2 dB
Deutlichkeitsgrad	D_{50}	70 %..... 95 %
Schalldruckpegel	L	86 dB....104 dB
Raumübertragungsfunktion	$H(j\omega)$	31 Hz 20 kHz

Tabelle 2-1 Hörsamkeitsmaße für Musik und Sprache

Unter der Voraussetzung, dass der Raum ein LTI - System darstellt, kann man durch die Bestimmung der Impulsantwort, auch Echogramm, Reflektogramm oder Stoßantwort genannt, alle Übertragungseigenschaften des betrachteten Systems für eine Sender-Empfänger-Anordnung erhalten. Die Raumimpulsantwort kann durch Modelluntersuchung, Berechnung auf einem digitalen Rechner [Hes1997],[Höp1997] oder durch Messung bestimmt werden. Die beste Variante ist die Messung der Impulsantwort, da die berechneten IR meist zeitliche Lücken aufweisen, die durch Vereinfachungen bei der Berechnung³ auftreten. Zusätzlich gibt es Toleranzen bei der bautechnischen Ausführung. Übliche Toleranzen liegen bei $\Delta l = \pm 5 \text{ cm}$. Je nach geometrischer Abbildungstreue, z.B. $\Delta l = \lambda / 4$, verschiebt sich die obere Frequenzgrenze z.B. ca. 1700 Hz. Dies allein führt zu einer nicht

³ Reflexionsgrade an den Wänden besitzen nicht die notwendige Frequenzauflösung; Abweichungen zwischen der Modellgeometrie und dem realen Raum; rechnen in Frequenzbändern meist Oktavbändern; keine sichere Phaseninformation; Vernachlässigung von Beugung und Streuung

eindeutigen Phaseninformation. Aus diesen Gründen ist die berechnete IR meist eine Energie-IR [Hes1997],[Höp1997] ohne Phaseninformation.

Derzeitige Schallfeldsimulationen, einige Parameter zur Betrachtung der Hörsamkeit, als auch neuere akustische Messsysteme verwenden immer die Raumimpulsantwort.

Zur Zeit sind Simulationen von Raumimpulsantworten auf dem Computer möglich (Raumsimulationsprogramme) bzw. die Echtzeitgewinnung der Raumimpulsantwort (Spiegelschallquellenverfahren) auf einem im Computer generierten Raum, Umwandlung dieser in ein FIR - Filter, Faltung mit dem in den Raum eingebrachten (trockenem) Signal mit letztendlicher Auralisation über Kopfhörer (binaural). Jedoch ist die Berechnung langer und hochauflösender Impulsantworten auch nur dann sinnvoll, wenn sie in vollem Umfang für die Faltung mit nachhallfreien Signalen verwendet werden. Dabei muss die Raumimpulsantwort in bipolarer Form vorliegen. Diese ist bei den meisten Simulationsprogrammen erst durch Radizieren und der Berücksichtigung der von den Wänden eintreffenden Reflexionen aus der Energie – Impulsantwort zu bestimmen.

Dabei sind die Anwendungen für Raumsimulationsprogramme sehr vielfältig (siehe Punkt 3.2.4).

Neu ist die Schaffung künstlicher Umgebungen – „virtual acoustics“ – mit den Möglichkeiten der digitalen Signalverarbeitung (DSV). Dabei sollen reale akustische Eindrücke wiedergegeben - auralisiert werden.

Grundlage dieser raumakustischen Simulationen ist in dieser Arbeit die Approximation von Impulsantworten (Impulse Responses – IR) realer Räume, solange der Raum ein LTI-System darstellt.

Impulsantworten realer Räume sind unterschiedlich lang und können unter Verwendung leistungsfähiger Rechner bestimmt werden. Gerade für binaurale Anwendungen wird eine besonders große Rechenleistung gefordert, da zwei unterschiedliche IR berechnet werden müssen. Der erste Algorithmus zur Approximation einer Raumimpulsantwort wurde von Schroeder 1962 veröffentlicht. Dabei werden mehrere Kammfilter parallel geschaltet. Nach dieser Parallelschaltung folgen in Reihe geschaltete Allpässe.

Es scheint daher sinnvoll, ein Modell (eine mathematische Beschreibungsgleichung), eine Approximation bzw. eine Nachbildung von Raumimpulsantworten im Zeitbereich zu entwickeln, ohne auf die bisherigen Simulationsverfahren [Köh1998] (Simulationen an Hand der geometrischen Akustik) zurückzugreifen.

Der Mensch als Rezipient wertet verschiedene Eigenschaften von Schallereignissen aus. Diese sind unter anderem Lautstärke, Klangfarbe, Einfallrichtung des Direktschalls und der wahrgenommene Abstand. Zusätzlich können Rückschlüsse auf die Umgebung gezogen werden, bei einem Raum zum Beispiel auf die Größe und die Form (**Raumeindruck**). Dies geschieht durch die Analyse der Feinstruktur der Impulsantwort zwischen Sender und Empfänger. Die Impulsantwort setzt sich aus dem Direktschall und den einfallenden Reflexionen zusammen. Es lässt sich also ein System, bestehend aus drei hintereinander geschalteten Komponenten, identifizieren: die Schallentstehung, die Ausbreitung des Schalls bis zum Empfänger und schließlich die Wahrnehmungsprozesse beim Empfänger, die im Fachgebiet Psychoakustik untersucht werden.

In dieser Arbeit wird die IR zwischen Sender und Empfänger untersucht. Dabei soll die IR so umgeformt werden, dass Analyseverfahren der Digitalen Signalverarbeitung (DSV)

verwendet werden können. Mit dem Modell wird durch nichtlineare Regression eine Funktionsgleichung für die IR erzeugt, um entsprechende Filterstrukturen aufbauen zu können. Die Filter liefern am Ausgang dann die breitbandige IR. Es soll geprüft werden, ob mit Hilfe solcher Modellgleichungen gute akustische Ergebnisse bezüglich des ***Raumeindrucks*** erzielt werden können. Dazu wird ein Hörtest in Anlehnung an die ITU R BS. 1116 durchgeführt.

Wird im Raum in bestimmten Abständen die Raumimpulsantwort gemessen, erhält man immer wieder neue Raumimpulsantworten, die von der funktionalen Zusammensetzung ähnlich sind. Dabei entsteht in der Regel in Abhängigkeit vom Raum ein sehr großer Datensatz, der sich bei binauraler Betrachtung entsprechend vergrößert.

3 Messung und Simulation in der Raumakustik

In diesem Teil geht es um akustische Messverfahren zur Bestimmung der Raumübertragungseigenschaften. Dabei ist die Staffelung der Punkte zu den entsprechenden Messmöglichkeiten wahlfrei vorgenommen worden. Es kommt nur auf die Darstellung der Möglichkeiten, nicht aber auf die der zeitlichen Entwicklung dieser Messverfahren an. In einem Unterpunkt werden akustische Simulationsmöglichkeiten zur Bestimmung der Raumimpulsantwort vorgestellt.

3.1 Akustische Messverfahren

In der akustischen Messtechnik werden ganz allgemein Größen wie der Druck, die Schallschnelle u.a. in elektrische Größen wie die Spannung oder den Strom umgewandelt. Dafür werden elektroakustische Wandler verwendet. Für die Messung wurden zum Beispiel Messmikrofone für Teilbereiche entwickelt. Die Teilbereiche erstrecken sich über einen Frequenzbereich von $f_{\min} \approx 0,01 \text{ Hz} \dots f_{\max} \approx 200 \text{ kHz}$. Dabei wird grob zwischen ungerichteten Mikrofonen (Druckempfänger mit ebenem Diffusfeldfrequenzgang) und Empfängern mit spezieller Richtcharakteristik (Druckgradientenempfänger mit quasi parallel verlaufenden Frei- und Diffusfeldfrequenzgängen) oder zwischen aktiven und passiven Wandlern unterschieden (DIN 45590). Druckgradientenempfänger werden für Aufnahmen im Raum eingesetzt, ohne dass sich bei Änderung der Hallbalance der Frequenzgang des Mikrofons ändert. Druckempfänger eignen sich besonders gut für Aufnahmen im Diffusfeld. Für Aufnahmen von höchster Wiedergabequalität eignen sich Kondensatormikrofone, die einen Geräuschspannungsabstand größer 70 dB erreichen und idealerweise einen ebenen Frequenzgang über den gesamten Hörbereich besitzen. D.h., das Mikrofon soll einen vernachlässigbaren Einfluss auf den Klangeindruck haben.

Jedes Mikrofon stört das Schallfeld durch seine Abmessungen. Ein mit Stativ und Halter aufgestelltes Mikrofon im Raum kann einen Messfehler von bis zu $\pm 3 \text{ dB}$ hervorrufen. Um die Signale, die vom Messmikrofon empfangen werden, auf einem Rechner zu verarbeiten, müssen diese analogen Spannungen digitalisiert (Analog – Digital – Umsetzer kurz ADU) werden. Die Auflösung hängt von der entsprechenden Zeit- und Amplitudenauflösung (Abtastfrequenz, Quantisierung) ab. Natürlich werden im Messfall hohe Anforderungen an den ADU gestellt. Diese werden jedoch nur so gut sein, wie es ein solches Messsystem bereitstellt. Erst durch die Digitalisierung des gemessenen Signals kann eine definierte mathematische Manipulation erfolgen.

Jede raumakustische Messanordnung hat einen Sender und einen Empfänger. Der Empfänger ist meist ein Mikrofon (z.B. Schallpegelmesser). Dabei wird ein Summenschallpegel, eine Impulsantwort oder ein Spektrum erzeugt. Es gibt viele unterschiedliche Sender. Hier soll als Sender ein Lautsprecher (Messlautsprecher) verstanden werden.

Für unterschiedliche akustische Messsysteme gibt es verschiedene Anregungssignale. Sie können deterministisch (periodisch oder aperiodisch) oder stochastisch (natürlich oder künstlich) sein. Hier werde ich mich auf für die Akustik wesentlichen beschränken.

Viele Messsysteme sind multifunktional, d.h., sie sind mit Messprozeduren für verschiedene Anwendungen bezüglich der Messung von Audiokomponenten unterschiedlichster Art ausgestattet. Darauf wird an dieser Stelle nicht näher eingegangen. In den nachfolgenden Punkten geht es um akustische Messmöglichkeiten zur Bestimmung der Raumübertragungsfunktion bzw. der RIA. Über das System oder und durch das entsprechende Anregungssignal lassen sich die Autokorrelationsfunktion, Kreuzkorrelationsfunktion,

Autoleistungsdichtespektrum, das Kreuzleistungsdichtespektrum, die Übergangsfunktion und der Frequenzgang bestimmen. Für die diskrete Fouriertransformation und die Korrelation gibt es entsprechende Routinen in Mathematikprogrammen (z.B. Mathematica), die entsprechend auf die Erfordernisse in dieser Arbeit angepasst wurden.

3.1.1 Echtzeit FFT - Analysatoren

Zur rechnerischen Bearbeitung von Signalen müssen die akustischen Signale vom Mikrofon, die meist als analoge Spannung vorliegen, aufgenommen und digitalisiert werden. Bei heutigen FFT-Analysatoren (Fast Fourier Transformation) findet, wie der Name schon sagt, der FFT-Algorithmus (Radix 2 oder Radix 8 mit einer Länge von zum Beispiel $2^{10} = 1024$ oder mehr) Anwendung [Opp1999]. Dieser Algorithmus geht aus der DFT hervor und ist auf wenige komplexe Multiplikationen optimiert.

Bei geforderter hoher Messdynamik sind Anregungssignale mit gleichmäßig über die Messdauer verteilter Energie gut geeignet. Dafür wurde früher ein Zweikanal – FFT – Analysator verwendet, heute auch Mehrkanal – FFT – Analysatoren.

Um die Übertragungsfunktion von einem LTI – System zu bestimmen, eignet sich ein Zweikanal – FFT – Analysator. Dabei werden zwei Signale (Länge typisch 2^N) abgetastet und einer FFT unterzogen. Beide Signale werden dividiert, wobei das eine am Eingang des Systems liegt ($\underline{X}(f)$) und das andere am Ausgang gewonnen wird ($\underline{Y}(f)$). Mit $\underline{H}(f) = \frac{\underline{Y}(f)}{\underline{X}(f)}$ wird die Übertragungsfunktion des Systems bestimmt. Im Zeitbereich sieht die

Gleichung wie folgt aus: $h(t) = y(t) * x^{-1}(t)$. Dabei ist $x^{-1}(t)$ das Signal mit dem inversen Spektrum $\frac{1}{\underline{X}(f)}$. Für raumakustische Messungen ist die Betrachtung im Zeitbereich sinnvoll, denn sie liefert direkt die Impulsantwort (Berechnung mit Hilfe der IFFT; Inverse Fast Fourier Transformation) des Systems, die dann weiter bearbeitet wird. Vorteil bei diesem Messverfahren ist, dass auf der Sendeseite kein Impuls zur Anregung des Systems verwendet werden muss. Das Sendesignal muss eine ausreichende Bandbreite aufweisen. Als Sendesignale kommen daher stochastisches oder determiniertes Rauschen oder schnelle Sweeps (Chirps) in Frage.

Vorteil dieser Technik ist, dass auch Sprache oder Musik als Messsignal verwendet werden kann, um so den Frequenzgang bei Veranstaltungen zu überwachen.

Beim Stand der heutigen Technik muss der zweite Kanal nicht unbedingt vorhanden sein, sofern das Anregungssignal z.B. als Datei vorliegt. Das ist möglich, wenn das Messsystem über einen integrierten DA- Wandler verfügt [Mül1999].

Praktische Anwendungsgebiete sind die Schwingungsanalyse von Motoren, Analyse von Nutz- und Störgeräuschen und allgemeine Signalanalyse.

3.1.2 Impulsmesstechnik

Bei der Impulsmesstechnik können Pistolenschüsse, Knallfunken, Händeklatschen oder mit Knallgas gefüllte Ballons als Anregungssignal verwendet werden [Rei1981]. Idealerweise wäre ein Anregungssignal unendlich schmal mit einem Flächeninhalt von 1 (idealer Dirac –

Impuls mit $\lim_{T \rightarrow 0} \frac{1}{T} \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$). Wegen der vielen Nachteile der praktischen Möglichkeiten der

Anregung (nicht gut reproduzierbare Signale, nicht konstantes Spektrum, Erzeugung von Nichtlinearitäten, aufwendige Erzeugung des Anregungssignals usw.), werden diese Techniken heute nicht mehr verwendet.

Eine andere Variante sind elektroakustische Impulsquellen. Dabei ist der Lautsprecher ein Problem, da er nicht beliebig energiereiche Impulse verarbeiten kann. Ein Lautsprecher stellt immer ein Tiefpasssystem dar und kann damit nicht beliebig steile Impulse erzeugen. Die Impulsenergie muss aber groß sein, damit das Störgeräusch der Umgebung überdeckt wird. Aber meist reicht die Dynamik bei akustischen Messungen im tieffrequenten Bereich nicht aus [Mül1999]. Erst durch kohärente Mittelungen lässt sich die Dynamik verbessern.

Bei direkter Impulsanregung schafft man eine Annäherung des Eingangssignals an einen Dirac – Stoß $\delta(t)$ und misst am Empfänger direkt die Impulsantwort $h(t)$. Die Gleichung

dafür sieht wie folgt aus $h(t) \approx \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$. Um die Übertragungsfunktion des Systems

zu erhalten, wird die Fouriertransformation für $h(t)$ durchgeführt. Man erhält dann $\underline{H}(f)$. Ein Beispiel zur Nutzung vom Impulsmesstechnik ist in [Mül1999] gegeben.

3.1.3 Time – Delay Spektroskopie (TDS)

Die Time – Delay – Spectrometry wurde 1967 von Richard Heyser [Hey1967] entwickelt. Dieses Verfahren kann in der Akustik und der Geophysik eingesetzt werden. Hauptsächlich wird es aber zur Messung an elektroakustischen Komponenten verwendet.

Dieses Verfahren arbeitet auf der Basis frequenzlinearer Sweeps (ähnlich sogenannter frequenzmodulierter Chirps; Chirps sind sich in der Frequenz sehr schnell ändernde Sweeps im Frequenzbereich von 0 ... 20 kHz mit $df/dt = \text{const.}$) mit konstanter Amplitude. Ein Sinus-Sweep hat die Form $x(t) = \sin(kt^2)$. Dabei ist k die sogenannte Sweeprate (mit k in Hz/s). Dieses Eingangssignal startet bei 0 Hz bis zu einer vorgegebenen oberen Frequenzgrenze. So wie das Eingangssignal wobbelt, so muss das Bandpass– Filter (BP– Filter) mit der gleichen Rate arbeiten. Dabei muss das Filter immer eine gewisse Zeit hinter dem Eingangssignal arbeiten (Time Delay), weil die vom Lautsprecher abgegebene Schallwelle eine entsprechende Zeit benötigt, um am Mikrofon einzutreffen. Da sich das BP – Filter so mit einer verzögerten Sweeprate bewegt, kann diese Verzögerung auch als Frequenzversatz bezeichnet werden. Dabei dürfen sich natürlich Lautsprecher und Mikrofon während der Messung nicht bewegen (LTI-System). Soll die Raumimpulsantwort mit der TDS bestimmt werden, muss der Sweep verlangsamt werden. Dabei gelangen dann auch die Raumreflexionen zum BP-Filter, je nach Breite des Bandpasses und der Geschwindigkeit des Sweeps (ähnlich der Fensterung der Impulsantwort im Zeitbereich). Der Raum ist gleichmäßig für jede Frequenz anzuregen. Das Eingangssignal und das am Mikrofon aufgezeichnete Signal werden gemischt, so dass man sinusförmige Signale mit den entsprechenden Zeitverzögerungen erhält. Die Impulsantwort muss dann über eine inverse Fouriertransformation bestimmt werden [Mül1999].

Nachteil bei diesem Messverfahren sind die langen Messzeiten. Weiterhin ist die spektrale Energieverteilung der TDS-Chirps für akustische Messungen ungünstig. Das Delay muss exakt bestimmt werden, um die Impulsantwort bestimmen zu können. Dieses Messverfahren wurde speziell für die Messung an akustischen Systemen entwickelt. Über die Wahl eines Zeitfensters kann eine gewünschte Reflexion vom Direktschall und den anderen Reflexionen getrennt werden. Damit ist auch eine Messung von Wandimpulsantworten an Ort und Stelle – „in-situ“ – möglich [Pom1993].

3.1.4 Korrelationsmesstechnik (Maximalfolgenmesstechnik)

Die Korrelationsmesstechnik ermöglicht eine Aussage über den Grad einer etwaigen strukturellen Verwandtschaft oder Ähnlichkeit zwischen zwei stationären Zeitsignalen. Es wird dabei festgestellt, in welchem Maße das Signal a mit dem um eine bestimmte Zeit t verzögerten Signal b noch korreliert.

Die Autokorrelation wird z.B. zur Erkennung und Störbefreiung von stark verrauschten periodischen Signalen angewendet. Die Kreuzkorrelation wird zur Untersuchung von Signalübertragungswegen eingesetzt.

Die Korrelationsmesstechnik ist eine spezielle Form der Impulsmesstechnik. Das Faltungsintegral der Korrelationsmesstechnik ist $h(\tau) \approx \int h(t) \Phi_{a,a}(\tau - t) dt$. Diese Art der Messtechnik wurde ursprünglich für Laufzeitmessungen (z.B. bei Funkkanälen etc.) verwendet. Sie kann auch zur Bestimmung von Impulsantworten und Übertragungsfunktionen verwendet werden. Das Faltungsintegral in der Korrelationsmesstechnik enthält statt dem Anregungssignal $x(t)$ dessen Autokorrelationsfunktion (AKF $\Phi_{a,a}(t)$). Die Impulsantwort wird durch die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF $\Phi_{a,b}(t)$) des Empfangssignals mit dem Anregungssignal bestimmt. Das ist im Kapitel 4, Unterpunkt 4.1 und im Anhang A, Unterpunkt A 3.1.3 ausführlich dargestellt. Hierbei muss das Anregungssignal (periodische, binäre, pseudostochastische Maximalfolge - Rauschsignal) selbst nicht einem Dirac – Stoß angenähert werden, sondern dessen periodische AKF. Die periodische AKF verschwindet bis auf einen Wert (Maximum). Alle Frequenzen des dazugehörigen diskreten Spektrums besitzen die gleiche Amplitude. Das Spektrum ist weiß, entsprechend dem Wiener – Khintchine – Theorem (Beziehung zwischen AKF und Leistungsdichte und Beziehung zwischen KKF und Kreuzleistungsdichte) [Pau1987].

Weiterhin kann die AKF und die KKF auch aus der diskreten Fourier Transformation (DFT) berechnet werden. Dabei ist die diskrete KKF wie folgt definiert:

$$\Phi_{a,b}(q) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a(k) b(k+q)$$

Die DFT der KKF berechnet sich dann zu:

$$DFT \{ \Phi_{a,b}(q) \} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a(k) \sum_{q=0}^{N-1} b(k+q) e^{-j2\pi qn/N} = B(n) \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a(k) e^{+j2\pi kn/N} = \frac{1}{N} B(n) A^*(n)$$

Sind die Folgen $\{a(k)\}$ und $\{b(k)\}$ identisch, dann erhält man das Leistungsdichtespektrum mit $DFT \{ \Phi_{a,a}(q) \} = \frac{1}{N} |A(n)|^2$.

Die Maximalfolgen (MLS Maximum Length Sequenz) sind ein Beispiel für die Anwendung dieser Technik.

Für die Maximalfolgen gibt es zwei Gütemaße. Das erste ist das Verhältnis aus dem Hauptmaximum (globales Maximum) und dem betragsgrößten Nebenmaximum (größtes lokales Maximum) der periodischen AKF. Beim zweiten Gütemaß spricht man vom Merit –

Faktor. Dieser ist definiert zu $F_M = \frac{N^2}{2 \sum_{k=1}^{N-1} \Phi_{a,a}^2(k)}$. Dabei ist $\Phi_{a,a}(q) = \sum_{k=0}^{N-q-1} a(k)a(k+q)$ die

aperiodische AKF der entsprechenden Sequenz. Es ist das Verhältnis des Leistungsspektrums zur Länge der Sequenz. Die Summe führt zu einem maximalen Merit- Faktor [Kir1999] [Hoh1988, Hoh1985]. Oder man kann auch sagen, dass dieser Merit- Faktor das Verhältnis der Energie im globalen Maximum zur Energie der restlichen Werte angibt. Laufen beide Verhältnisse gegen unendlich, dann ist das Spektrum deutlich weiß.

Das S/N – Verhältnis (Signal-Rausch-Verhältnis) ist größer und kann durch Mittelung über n Perioden weiter erhöht werden. Die Messdynamik D_M kann erhöht werden mit $D_M = 10 \log n$ [dB].

Die Messsignale können sehr schnell verarbeitet werden (Hadamard Transformation [Vor1994]), so dass diese auch Echtzeitbedingungen erfüllen können.

Der mathematische Algorithmus für die Gewinnung einer Maximalfolge ist in Anhang A, Unterpunkt A 3.1, aufgeführt.

Fehlerquellen bei der Korrelationsmesstechnik, speziell bei der Maximalfolgenmesstechnik, sind „Time Aliasing“, Nichtlinearitäten, Zeitvarianzen und Störgeräusche.

3.1.5 Multisinusmesstechnik

Die Multisinusmesstechnik wird zum Beispiel bei der Messung von Lautsprecherimpulsantworten eingesetzt.

Multisinussignale sind Pseudorauschsignale, bestehend aus einer Anzahl N harmonischer Schwingungen und stellen ein Bandpasssignal dar. Bei diesem Signal können die Amplituden und Phasen individuell vorgegeben werden. Hier ist N die Anzahl der harmonischen Schwingungen und nicht die Anzahl der Abtastwerte. Dabei ist mindestens $N > 2$. Die Amplituden dieser Schwingungen sind zum Beispiel gleich hoch, die Frequenzen äquidistant. Bei diesem Messsignal muss die Amplitudenschwankung der Hüllkurve minimal sein. Ein veränderlicher und frei wählbarer Parameter ist der Nullphasenwinkel der Schwingung. Als Optimierungskriterium des Multisinus dient der Crest-Faktor, das Verhältnis von

Maximalwert zu Effektivwert des Summensignals mit $S_{CN} = \frac{u_{\max N}}{u_{effN}}$ und

$u_{effN} = u\sqrt{N/2}$ [Irm1998]. Haben die Teilsignale gleiche Nullphasenwinkel, so hat das Summensignal die N-fache Amplitude, die Spitzenleistung ist dann das 2N-fache der mittleren Leistung, und es wird aus $u_{\max N} = Nu$ und $S_{CN} = \sqrt{2N}$. Dieser Wert wird durch eine Optimierung der Phasen verkleinert („peak factor minimizing“). Diese Optimierung des Crest-Faktors kann einige Zeit in Anspruch nehmen. Die Signale können mit einer FFT-typischen Länge von 2^n erzeugt werden. Hier reicht die FFT des Ausgangssignals aus, um mit der Division durch das Anregungsspektrum die Übertragungsfunktion zu erhalten. Mit der IFFT lässt sich dann die Impulsantwort, die in der Akustik die bedeutende Rolle spielt, bestimmen. Von besonderer Bedeutung in der Akustik sind Signale, die unempfindlich gegenüber nichtlinearen Verzerrungen sind. Ein solches Signal lässt sich erzeugen, wenn nur die ungradzahligen Harmonischen einer Grundfrequenz verwendet werden. Damit kann das

S/N und das Verhalten gegenüber nichtlinearen Verzerrungen gegenüber Maximalfolgen verbessert werden.

Ursprünglich waren diese Signale in der Messtechnik von Bedeutung für die Modellierung von Breitbandsignalen für moderne drahtlose Kommunikationssysteme. Aber auch in der optischen Nachrichtentechnik werden sie noch als Ansteuersignale für optische Filter eingesetzt. Die Eigenschaften für eine große Anzahl N harmonischer Schwingungen der Hüllkurve sind für ein festes Intervall bestimmt (bandbegrenzt). Die Anzahl der Extrema in diesem Intervall beträgt N .

Oft werden die Multisinussignale den Maximalfolgen gegenübergestellt, um die Vorteile der Multisinussignale aufzuzeigen. In der Tabelle 3-1 sind einige Kriterien aufgeführt [Sac1996].

<i>Anregungssignal</i>	<i>Maximalfolge</i>	<i>Multisinussignal</i>
<i>Eigenschaft</i>		
<i>Signaleigenschaft</i>	periodisch	periodisch
<i>Spektrum</i>	$\sin(x)/x$ – Verlauf nicht bandbegrenzt (abhängig von Datenlängen)	bandbegrenzt auf ausgewählte Spektrallinien
<i>Beeinflussung von Amplituden</i>	nicht möglich	möglich (auch die Phasen)
<i>Crest-Faktor</i>	1 (theoretisch)	1,7 ... 1,45
<i>S/N</i>	34... 45 dB	bis 70 dB

Tabelle 3-1 Gegenüberstellung von Anregungssignalen

3.1.6 Binaurale Messtechnik

Schall wird vom menschlichen Gehör mit beiden Ohren aufgenommen und verarbeitet – daher der Begriff „binaural“. Durch binaurales Hören werden erst Richtungs- und Entfernungshören möglich. Für die binaurale Messtechnik bedeutet das die zweikanalige Messung des Schalls. Die empfangenen Signale sollen möglichst den Schalldruck vor dem Trommelfell wiedergeben. Dabei muss die binaurale Impulsantwort bestimmt werden.

Aus diesem Grund ist es notwendig, die Außenohrübertragungsfunktionen [Fel1998] zu bestimmen. Diese enthalten die Informationen über die linearen Verzerrungen durch den Körper, den Kopf, die Ohrmuschel und den Gehörgang usw. Als Bezugsschallfeld kann eine ebene Schallwelle, die von vorn auf den Kopf trifft, verwendet werden. Für Richtungsangaben wird ein kopfbezogenes Koordinatensystem [Bla1971] verwendet. Das Koordinatensystem besteht aus einer Horizontalebene (360°) und einer vom Nacken zum Kinn rundumlaufenden Medianebene (360°). Die „Vorne“-Richtung wird mit beiden Winkeln angegeben zu $(0^\circ, 0^\circ)$. Bei der Messung müssen alle richtungsabhängigen Anteile der Außenohrübertragungsfunktion erfasst werden.

Mit binauralen Messungen können die zeitlichen und örtlichen Parameter der Raumimpulsantwort erfasst werden.

Zur Anregung des Raumes wird eine omnidirektionale Schallquelle zur Messung der binauralen Raumimpulsantwort mit einem Kunstkopf (evtl. mit Rumpfsimulator) verwendet.

So können die lateralen Reflexionen, die für das räumliche Empfinden des Hörers zuständig sind, erfasst werden.

Der Kunstkopf ist ein elektrisches Filter, eine elektroakustische Ersatzschaltung des Außenohres, dessen Übertragungseigenschaften denen des menschlichen Außenohres bei Freifeldbeschallung entspricht. Er ermöglicht so die Annäherung an die Übertragungseigenschaften des menschlichen Ohres und damit an die Hörereigniswiedergabe mit den entsprechenden Eigenschaften wie Klangfarbe, Richtung und Entfernung.

Die Geometrie und das Übertragungsverhalten von Kunstköpfen sind der ISO TR 959 und ITU P.58 zu entnehmen. Die wirksame Geometrie beschränkt sich nach den entsprechenden Untersuchungen auf den Oberkörper, den Kopf und die Ohrmuschel. Der Oberkörper bestimmt die Richtcharakteristik in der Medianebene, der Kopf die Richtcharakteristik in der Horizontalebene und die Ohrmuschel die Horizontal- und Medianebene. Die Ohrmuschel kann einfach gestaltet sein, da hier die äußere und die innere Umrandung sowie die Höhlungen von Bedeutung sind [Gen1984, Gen1996]. Die im Kunstkopf eingesetzten Miniaturmikrofone sind in ihrer Richtcharakteristik denen des menschlichen Ohres angepasst (Frequenzgangbeeinflussung mit eingebautem Entzerrer, vgl. IEC 959 und DIN V 45608).

Der Kunstkopf HMS II.3 diente als Muster für die ITU-T Empfehlung P.58 für Kunstköpfe, die bei Messungen von Telekommunikationseinrichtungen eingesetzt werden können. Die vereinfachte flexible Pinna-Nachbildung (Pinna: Ohrmuschel, E auricle, Teil des Außenohres von Säugetieren, wichtig für die Schallbündelung und das Richtungshören⁴) des HMS II.3 wurde in die ITU-T Empfehlung P.57 aufgenommen. Kunstköpfe werden im tontechnischen Bereich zur kopfbezogenen Aufnahme eingesetzt, im Bereich der Psychoakustik sowie im medizinisch – diagnostischen Bereich.

Weitere Anwendungsbereiche sind die Raumakustik, Lärmbewertung, die Geräuschdiagnose und die Qualitätssicherung.

Als Beispiel werden nun binaurale Impulsantworten vorgestellt, die mit dem Kunstkopf des Institutes für Technik und Akustik (ITA) der RWTH (Rheinisch Westfälische Technische Hochschule) Aachen (Abbildung 3-1) bei der PTB (Physikalisch Technische Bundesanstalt; siehe auch http://www.ptb.de/de/org/1/14/1401/binaural_ir.html) in Braunschweig gemessen (Abbildung 3-2) wurden.

⁴ Lexikon der Neurowissenschaft, Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 2001



Abbildung 3-1 Kunstkopf

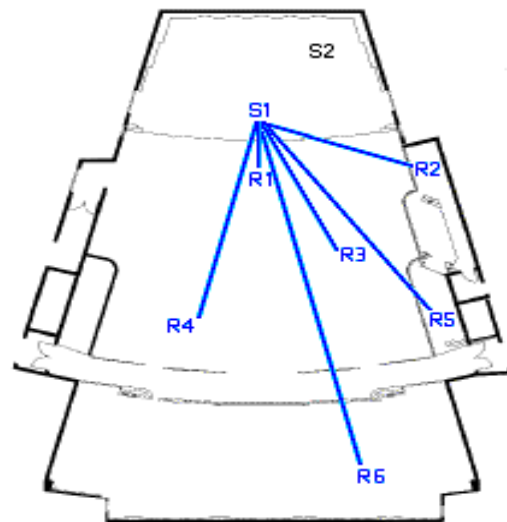


Abbildung 3-2 Messpositionen

In Abbildung 3-3 sind die mit dem ITA-Kunstkopf gemessenen binauralen Impulsantworten dargestellt. Es sind deutliche Unterschiede für die Sendeposition 1 (S1 siehe Abbildung 3-2) und die Empfangsposition 6 (R6 siehe Abbildung 3-2) erkennbar.

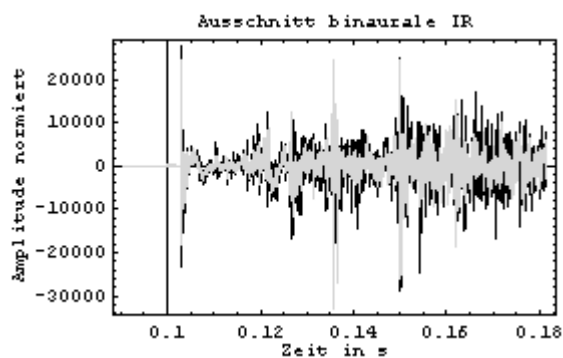


Abbildung 3-3 Binaurale IR (Ausschnitt; gr: li. Ohr; sw: re. Ohr)

Neben dem Kunstkopf (mit den Abmessungen in der Abbildung 3-1), gibt es ähnlich in der Modellakustik (frequenztransformiertes Modell) die Möglichkeit der Miniaturisierung des Kunstkopfes – zum Beispiel im Verhältnis $1:10^5$

Eine etwas andere Möglichkeit der binauralen Aufnahme von Signalen ist die Verwendung von Miniatur – Ohr – Mikrofonen, die man sich selbst direkt im Ohr platzieren kann – ähnlich dem Miniatur – Kopfhörer beim Walkman.

3.2 Simulationen in der Raumakustik

Messtechnisch gewonnene Raumimpulsantworten sind heute die genaueste Form, um den Raum nicht nur durch die Nachhallzeit zu beschreiben. Dabei können die im Unterpunkt 3.1 aufgelisteten Verfahren angewendet werden. Mit Hilfe der messtechnisch gewonnenen Impulsantwort und den Hörsamkeitsmaßen lässt sich die Qualität eines Raumes nach seiner bautechnischen Fertigstellung gut dokumentieren.

⁵ "Ein Miniaturkunkopf für binaurale Raumsimulation mittels eines verkleinerten raumakustischen Modells im Maßstab 1:10", Ning Xiang, DAGA 1990, S. 831 ff.

Soll die Akustik eines Raumes vor dem Bau geprüft werden, so müssen das Ausbreitungsverhalten des Schalls oder die Impulsantworten vorher bekannt sein.

Eine Methode dabei ist das Ausmessen maßstäblicher Raummodelle. Für die Modelltechnik gibt es die Wasser-, Licht-, Schlieren- und die Ultraschallwellenausbreitung sowie frequenztransformierte Modelle und die Verfahren der geometrischen Raumakustik [Cre1990], [Cre1976], [Kra1960]. Programme zur geometrischen Raumakustik gibt es nur wenige. Meist sind sie sehr komplex, so dass sie durch einen Akustiker bedient werden [Vor1989]. Diese Programme erlauben es dem Akustiker, den Schallverlauf in dem von ihm eingegebenen Raum zu simulieren. Dabei ist eine genaue Kenntnis der Raumabmessungen, der Absorptions- und Diffusitätsgrade der Raumbegrenzungen, die Möblierung und die Besetzung mit Publikum notwendig. Der spätere Verwendungszweck des Raumes muss ebenfalls bekannt sein.

3.2.1 Modellakustik

Sobald eine mathematische Berechnung zur Lösung eines Problems schwierig ist, wird nach einem Modell gesucht, welches das Problem vereinfacht. Dabei gilt es dann auch bestimmte Modellregeln zu beachten. So erhält man die Länge im Modell mit $l_M = \frac{1}{\xi} l_O$. Dabei ist ξ der

Verkleinerungsfaktor und l_O die Länge im Original. Aber nicht nur die Längenangaben werden verkleinert, auch zum Beispiel die Länge des Modellschalls mit λ_M . Die Schallgeschwindigkeit kann erhalten bleiben. Das bedeutet aber eine Anpassung des Zeitmaßstabes, was eine Verkleinerung der Nachhallzeit und eine Erhöhung der Frequenz nach sich zieht. So lassen sich für alle interessierenden Größen angepasste Werte finden. Selbst der maximal zulässige Modellmaßstab lässt sich bestimmen [Kra,1960]. Ebenso existieren Modellmaßstabsgrenzen, die durch die unvermeidliche Wandabsorption $\alpha_{\text{unv}} = 1,8 \cdot 10^{-4} \sqrt{f}$ bedingt sind. Weiterhin gibt es Beschränkungen durch die im Modell verwendeten Schallsender und Schallempfänger.

Modellmessungen wurden und werden eingesetzt, um die akustische Qualität von Räumen während der Planungsphase zu bestimmen. Bei dem Einsatz zu diesem Zweck hängt die Qualität der Modellaufnahmen von der Messung des Frequenzganges über die gesamte Anlage, bei stereophonen Aufnahmen von den Phasendifferenzen der beiden Kanäle sowie von der Übersprechdämpfung etc., ab. Bei den Modellmessungen werden die Reflexionsgesetze ausgenutzt. In Modellen können auch gestalterische Maßnahmen mit entsprechendem Aufwand umgesetzt werden. Aber nicht mit allen Modellen kann eine Auralisierung erreicht werden. Einige Modellarten eignen sich besonders zur Demonstration der Ausbreitung von Schall. Aber auch die Simulation akustischer Umgebungen ist möglich, wobei eine Modellierung des menschlichen Kopfes im Modell nicht berücksichtigt wird. Bei den Modellen wird die Licht-, Wasser-, und Ultraschallwellenausbreitung betrachtet. Es gibt vier hauptsächlich verwendete Modelltypen. Das sind das Wasser-, Licht-, Schlieren- und das frequenztransformierte Modell.

3.2.1.1 Wassermode

In Wasserwellenmodellen lässt sich die Ausbreitung von Wellenfronten zweidimensional verfolgen. Dafür muss die Ausbreitungsgeschwindigkeit verringert werden. Bei dieser Art der Beobachtung können Beugungseffekte erfasst werden (Huyghensches Prinzip). Damit kann die wellenförmige Ausbreitung demonstriert werden. Bei entsprechender Konstruktion kann

eine Reproduzierbarkeit des Wellenzuges erzielt werden. Dieses Modell eignet sich zur Demonstration; quantitative Aussagen können damit nicht getroffen werden. Nachteile dieses Modells sind, dass keine scharfen Wellenfronten (Auseinanderlaufen der Wellenpakete wegen Dispersion) erzeugt werden und nur ebene Probleme untersucht werden können. Außerdem ist die Ausbreitungstrecke wegen der Dispersion begrenzt.

3.2.1.2 Lichtmodell

Bei Lichtmodellen (dreidimensional) werden Laserstrahlen in rauchgefüllten Raummodellen mit glatten, verspiegelten Wänden verfolgt bzw. sichtbar gemacht. Jeder Strahl liefert dabei einen Beitrag mit seiner Energie und seiner Laufzeit im Reflektogramm. Dabei werden Modelle im Maßstab M 1:50 bis 1:100 erstellt. Das Modell bleibt auf der Beobachterseite geöffnet. Bei Lichtmodellen wird die Eigenschaft der Ähnlichkeit der Reflexionsgesetze der Licht- und Schallwellen genutzt. Dabei unterliegen diese Modelle den gleichen Einschränkungen wie Strahlenbetrachtungen in der geometrischen Raumakustik. Die Lichtmodelle liefern genau das, was mit einer geometrischen Strahlenkonstruktion auch dargestellt werden kann. Sie ersetzen somit die aufwändige Strahlenkonstruktion auf dem Papier. Lichtmodelle eignen sich besonders zur Demonstration der geometrischen Gesetze in der Akustik. Ein Vorteil besteht in der Anwendung dieser Modelle bei Räumen, die keine einfache geometrische Form, sondern eine hohle Halbkugel bzw. Kuppel o.ä. haben. Dann hat man mit den Lichtmodellen einen schnellen und einfachen Weg zur Untersuchung des Strahlenverlaufs. Ein Nachteil bei dieser Art Modell ist, dass auf Grund der Wellenlänge des Lichtes Beugungsverhältnisse nicht dargestellt werden können. Die Wellenfront kann wegen der höheren Ausbreitungsgeschwindigkeit nicht verfolgt werden.

Vermeulen und de Boer haben mit einer ungerichtet abstrahlenden Lichtquelle auch diffuse Deckenreflexionen und Intensitätsverteilungen auf einer Mattscheibe (Publikum) untersucht.

3.2.1.3 Schlierenmodell

Das Schlierenmodell zeigt die Wellenfront (wie das Wassermodell) ebenfalls zweidimensional. Dabei vermeidet es aber den Dispersionsfehler, der im Wassermodell auftritt. Die erzeugte Wellenfront ist deutlich und zerfällt nicht bei der weiteren Ausbreitung. Beim Schlierenmodell wird eine wirkliche Schallwelle mit einem Knallfunken o.ä. erzeugt. Das in das Modell eingestrahlte Licht bricht sich an den Fronten. Dadurch werden die Kugelwellenfronten sichtbar und im Bild festgehalten. Das Schlierenmodell kommt den wirklichen Verhältnissen der Akustik in einem Raum sehr nahe. Die Darstellung des Problems ist nur zweidimensional möglich, wie auch beim Wassermodell.

3.2.1.4 Frequenztransformiertes Modell

Mit den eben genannten Modellen lässt sich die Wellenausbreitung gut beobachten. Eine Messung der Raumimpulsantwort ist damit nicht möglich. Dafür gibt es Modelle mit frequenztransformiertem Schallfeld. Bei dieser Art der Modelltechnik wird ein weitgehend exaktes Modell z.B. im Maßstab 1:10 bis 1:50 gebaut [Pom1993]. Damit verschiebt sich der

zu untersuchende Frequenzbereich mit $f_{\text{Modell}} = \frac{1}{M} f_{\text{Original}}$. Für die Messung der

Raumimpulsantwort muss dann eine Impulsschallquelle verwendet werden, die eine um den Faktor M höhere Frequenz aussenden kann. Als Beispiel muss in einem Modell mit dem Maßstab M 1:10 die Frequenz 40 kHz betragen, wenn die Frequenz im Originalraum 4 kHz beträgt. Damit liegt der Bereich der Frequenzen im frequenztransformierten Modell im

Ultraschallbereich. Mit kleiner werdendem Maßstab gibt es Probleme bei der Herstellung, Probleme mit den Richtcharakteristiken der Sender und Empfänger (Empfänger ist ein Kondensatormikrofon mit entsprechend hohem Frequenzgang), Probleme mit der Luftabsorption, und natürlich ändert sich auch das Verhalten der verwendeten Materialien. Aus diesem Grund muss ein hoher Aufwand bei der Nachbildung von Absorptionsmaterialien betrieben werden, um feine Details in den Wandstrukturen herzustellen. Den Problemen der Luftabsorption begegnet man mit der Trocknung der Luft. Von verschiedenen Möglichkeiten bei der Trocknung der Luft sollte eine Variante gewählt werden, die es erlaubt, die Luft beliebig oft zu trocknen (Silikagel). Silikagel ist ein Absorptionsmittel, das Feuchtigkeit nur anzieht. Erst bei Erhitzung wird diese wieder abgegeben. Da Silikagel nicht altert, ist eine Trocknung der Luft mit diesem Mittel effektiv. Solche gemessenen Impulsantworten können entweder mit dem Oszilloskop oder mit digitalen Rechnern dargestellt werden. Diese Variante der Modelltechnik wird auch heute noch verwendet.

3.2.2 Geometrische Akustik

Die Schallausbreitung in einem existierenden Raum, der eine komplizierte geometrische Form aufweist, kann mit Hilfe der Wellengleichung nur sehr schwer beschrieben werden. Aus diesem Grund wurden Verfahren entwickelt, die eine Näherungslösung dieses Problems darstellen. Dabei wird die Ausbreitung anhand von Schallstrahlen betrachtet, was allgemein mit geometrischer Akustik bezeichnet wird. Der Schall breitet sich auf einer geraden Linie wie ein Lichtstrahl aus, der an den räumlichen Begrenzungsflächen zunächst spiegelnd reflektiert wird. Beugung und diffuse Streuung werden dabei vernachlässigt. Der am Empfänger eintreffende Schallstrahl enthält die Information Richtung, Länge (Weglänge und Laufzeit) und Intensität. Durch Überlagerung vieler am Empfänger eintreffender Strahlen kann die Gesamtintensität an einem Punkt im Raum bestimmt werden.

Diese Möglichkeit der Simulation der Raumimpulsantwort erlaubt die Verwendung und Implementierung der Spiegelschallquellenmethode [Hes1997], der Schallteilchenmethode [Vor1989],[Höp1997] oder die Kegelmethode auf einem Personalcomputer [Leh1992]. Dabei werden auch Kombinationen dieser Methoden verwendet. Bei diesen Verfahren wird die Ausbreitung von einzelnen Schallstrahlen beobachtet. Die hier angewendete geometrische Akustik ist normalerweise nur für unendlich ausgedehnte Flächen, unendlich ausgedehnte Räume mit entsprechenden Abmessungen richtig. D.h., die Abmessungen müssen groß gegenüber der Wellenlänge des reflektierten Schalls sein. Ist die Wellenlänge des Schalls in der Größe der Flächenabmessungen des Raumes, treten Beugungseffekte auf, und es wird nur noch ein Teil der Schallenergie reflektiert. Für Betrachtungen von tiefen Frequenzen werden Effekte der Beugung entweder vernachlässigt oder gesondert behandelt. Wird die Wellenlänge klein gegenüber Oberflächenstrukturen, tritt real keine spiegelnde Reflexion mehr auf: es kommt zu diffuser Streuung der auftreffenden Schallenergie. Effekte der Streuung werden dann entweder vernachlässigt oder gesondert behandelt. Um alle am Schallfeld beteiligten Reflexionen zu bestimmen, muss systematisch vorgegangen werden. Dabei bedient man sich der o. g. Verfahren oder der Kombination aus beiden.

3.2.2.1 Spiegelschallquellenverfahren

Die Spiegelquellenmethode ist ein Simulationsverfahren zur Vorherbestimmung der Raumimpulsantwort eines realen Raumes. Sie war Ausgangspunkt für die geometrische Raumakustik. Bei dieser Methode werden der räumliche und der zeitliche Verlauf der Schallstrahlen untersucht. Das Verfahren lässt sich auch auf dem Papier durchführen. So kann man schnell eine Spiegelschallquelle bestimmen. Wichtig bei dieser Berechnung sind die Gesetze der Reflexion und die Erzeugung von Spiegelschallquellen.

Dabei müssen die Grundlagen der Geometrie angewendet werden. Das Vorgehen ist erläutert in [Cre1976] [Kre2001] [Roh2001].

Erstellt man ein Programm für das Spiegelschallquellenverfahren, so müssen alle gefundenen Spiegelschallquellen einer Sichtbarkeitsprüfung unterzogen werden. Dabei wird geprüft, ob der in einer Wandfläche ermittelte Reflexionspunkt auch innerhalb der Begrenzungen der realen Wand ist und ob der dazugehörige Schallweg nicht durch eine versperrende Wand verdeckt ist. Diese Sichtbarkeitsprüfung erfordert einen hohen rechnerischen Aufwand. Für den einfachen Quaderraum kann diese Sichtbarkeitsprüfung entfallen [Hes1997]. Im Rechteckraum können die Spiegelschallquellen wegen der Symmetrie übereinander liegen. Das Spiegelschallquellenverfahren eignet sich für die Echtzeitdarstellung von Schallreflexionen bis zur 3. Ordnung in rechteckigen Räumen. In diesem Spezialfall reduziert sich die Anzahl der virtuellen Schallquellen auf ein Maß, das mit heutiger Rechenleistung durchzuführen ist. Somit lässt sich das Verfahren zur Echtzeitsimulation von Reflexionen niederer Ordnung in kubischen Räumen einsetzen. Für eine größere Anzahl an Reflexionen ist das Verfahren weniger geeignet, da der Rechenaufwand exponentiell ansteigt [Goo2002]. Auch müssen die virtuellen Räume rundum geschlossen sein [Roh2002].

Die Anzahl der örtlich verschiedenen Spiegelschallquellen lässt sich dann nach [Cre1978] für einen rechtwinkligen Raum mit dem Volumen V abschätzen zu $N \approx \frac{4\pi}{3V} (ct_{\max})^3$. Auch für nicht rechtwinklige Räume gilt diese Abschätzung der Anzahl der sichtbaren Spiegelschallquellen [Kut1979],[Vor1989].

Mit diesem Verfahren erfolgt eine einfache Berechnung des Schallfeldes im Raum.

Das Spiegelschallquellenverfahren ist für den Quaderraum ein sehr effektives Hilfsmittel zur Bestimmung der Raumimpulsantwort. Aber auch für unregelmäßig geformte Räume kann das Spiegelschallquellenverfahren bei nicht zu großer Ordnung der Spiegelschallquellen und mit Sichtbarkeitsprüfung sehr schnell ein Ergebnis liefern. Ein Vorteil des Spiegelschallquellenverfahrens ist die hohe zeitliche und räumliche Auflösung der Reflexionen. Auf Grund des bisherigen Rechenaufwandes ist es eher uneffektiv [Roh2002]. Es eignet sich daher für die Bestimmung kurzer Impulsantworten. Beugung und diffuse Streuung lassen sich jedoch nicht betrachten.

Abschließend sei noch erwähnt, dass es für dieses Verfahren verschiedene Abbruchkriterien gibt. So zum Beispiel wird nach erreichter Ordnung die Berechnung abgebrochen, was akustisch nicht sinnvoll ist. Aus der Ordnung einer Quelle kann man keine Aussage über die Strahlänge machen. Daher gibt es noch das Energieminimum und die Zeit als Abbruchkriterium.

3.2.2.2 Schallteilchenverfahren

Beim Schallteilchenverfahren handelt es sich auch um ein Simulationsverfahren, um die Raumimpulsantwort zu berechnen, ohne im realen Raum zu sein [Vor1989]. Bei diesem Verfahren wird die geometrische und statistische Raumakustik betrachtet, wobei die statistische Raumakustik als Referenzmodell herangezogen wird. Das Besondere an diesem Verfahren ist, dass die Teilchen (Kugeln oder Quader) in den Raum hineingelegt werden, die als Zählkörper fungieren [Vor1989] [Höp1997] [Kre2001] [Roh2001]. Ist die Verfolgung der von einem Punktstrahler 0. Ordnung ausgesandten Schallteilchen beendet, können die in den Zählkörpern registrierten Energien zur Gewinnung der Impulsantwort verwendet werden. Dabei werden die Schallteilchen, die meist einem bestimmten Frequenzband zugeordnet sind, von einer Quelle, dem Punktstrahler, bei vorgegebener Winkelauflösung in den Raum

emittiert. Der Weg für jedes Schallteilchen wird von der Quelle aus bis zum Empfänger verfolgt. Die Winkelaufteilung für die Quelle kann deterministisch, halbdeterministisch oder stochastisch erfolgen. Für dieses Verfahren gibt es drei Abbruchkriterien. Die drei Abbruchbedingungen sind:

1. Eine vorgegebene Energieschwelle wird durch das Teilchen unterschritten
2. Das Teilchen überschreitet eine bestimmte Laufzeit (z. B. länger als die gewünschte Dauer der Impulsantwort)
3. Die Anzahl der Reflexionen überschreitet einen vorgegebenen Wert

Bei der Verfolgung wird im einfachsten Fall von spiegelnder Reflexion ausgegangen. Aber auch die Betrachtung diffuser Reflexionen ist möglich. Dabei wird ein Schallteilchen unter statistischen Gesichtspunkten in mehrere Schallteilchen aufgeteilt. Die Genauigkeit hängt von der Anzahl der emittierten Schallteilchen und der damit verbundenen Auflösung des Raumwinkels ab. Meist werden von einer Quelle 10000 ... 50000 Schallteilchen ausgesendet, was entsprechend mehr Rechenleistung erfordert [Vor1989],[Höp1997]. Diese Schallteilchen durchqueren den Raum mit Schallgeschwindigkeit. Eine Sichtbarkeitsprüfung wie beim Spiegelschallquellenverfahren muss nicht durchgeführt werden, da Hindernisse auf dem Weg des Schallteilchens bereits bei der Verfolgung erkannt werden. Durchqueren die Teilchen sogenannte Detektoren, werden dort die Schallteilchenenergien aufsummiert, um so eine Aussage zu raumakustischen Parametern an diesem Ort machen zu können. Bei jeder Reflexion eines Teilchens wird dieser Energie, entsprechend dem jeweiligem Absorptionskoeffizienten, entzogen. Es muss aber auf Mehrfachdetektion geprüft werden, da der Empfänger eine Ausdehnung besitzt und auf verschiedenen Wegen erreicht werden kann. Die Zeit, die für die Überprüfung benötigt wird, ist geringer als bei der Sichtbarkeitsprüfung des Spiegelschallquellenverfahrens.

Ein Schallteilchensimulationsprogramm ist zum Beispiel das vom Fraunhofer Institut für Bauphysik entwickelte Programm SOPRAN (Sound Particle Program for Room Acoustics and Noise Immission).

3.2.2.3 Kombination von zwei Verfahren

Die Verfahren der Spiegelschallquellen- und Schallteilchenmethode können übereinstimmende Ergebnisse liefern [Vor1989],[Hes1997],[Höp1997], [Roh2001]. Diese sind mit gemessenen integrierten Raumimpulsantworten vergleichbar, wobei jedoch Lücken in der IR auftreten, die durch die nicht detailgetreue Nachbildung des Raumes auf dem Rechner hervorgerufen werden.

Zunächst wurden diese Simulationen nur zur Erzeugung der integrierten Impulsantwort verwendet. Andere Ansätze verbinden das Spiegelschallquellenmodell mit dem Schallteilchenverfahren [Vor1989],[Leh1992].

Heutige Raumsimulationssysteme verwenden Variationen des Schallteilchenverfahrens, da dieses von der Rechenzeit her schneller ist. Meist wird zur Überprüfung der Schallwege aus dem Schallteilchenverfahren das Spiegelschallquellenverfahren mit eingesetzt, so dass beide Verfahren in Kombination zu einem Ergebnis führen. Auch wird in diesem Fall von hybriden Verfahren bzw. von Hybrid-Modell gesprochen. Jedoch können systematische Fehler des Schallteilchenmodells zu Fehldetektionen führen, so dass doch eine Sichtbarkeitsprüfung durchgeführt werden muss. Diffuse Reflexion lässt sich im hybriden Verfahren nicht mehr simulieren.

Am Institut für Technische Akustik der RWTH Aachen wird für die Auralisation ein Hybridsystem verwendet (CESAR). Es unterteilt eine Raumimpulsantwort in zwei Bereiche. Um ein von der Raumgröße möglichst unabhängiges Kriterium zu nutzen, wird die Reflexionsordnung als Übergangskriterium zwischen Spiegelschallquellen und rein energetischer Simulation verwendet. Für jeden dieser durch die Reflexionsordnung begrenzten Bereiche wird ein eigenes Verfahren verwendet. Wird die Ordnung als Grenze verwendet, reduziert sich gleichzeitig die für die Spiegelschallquellenbestimmung benötigte Rechenzeit, da die maximale Anzahl der pro Abstrahlrichtung zu bestimmenden Reflexionen, die jetzt durch die Ordnung vorgegeben ist, direkt in den Rechenzeitbedarf eingeht. Die Verfolgung der Schallstrahlen beim Spiegelschallquellenverfahren wird also abgebrochen, wenn die Reflexionsordnung des Strahls die vorgegebene Grenze n übersteigt oder die maximal vorgegebene Länge der Raumimpulsantwort erreicht ist. Das Schallteilchenverfahren berücksichtigt bis zu dieser Grenzordnung nur die Schallteilchen, die auf ihrem Weg zum Empfänger mindestens eine diffuse Streuung hinter sich haben. Für höhere Ordnungen werden dann alle beim Empfänger eintreffenden Schallteilchen gezählt. Entsprechend wird jetzt ein zweites Energiehistogramm ermittelt, welches den gesamten diffusen Anteil sowie den geometrischen Anteil für Werte größer der vorgegebenen Grenze enthält. So können in einem Simulationslauf gleichzeitig die raumakustischen Kennwerte ohne zusätzlichen Aufwand ermittelt werden.

Diese Simulationstechniken werden in der akustischen Forschung, der raumakustischen Planung von neuen Gebäuden mit den entsprechenden Räumen, Planung elektroakustischer Anlagen, zur raumakustischen Analyse, zur raumakustischen Synthese im Studiobereich und als Referenzwerkzeug eingesetzt.

3.2.2.4 Praktische Anwendungen und Bewertung der geometrischen Verfahren

Das erste binaurale Raumsimulationssystem wurde 1987 in Bochum entwickelt. Dieses System erlaubte die binaurale Auralisierung der berechneten Raumimpulsantwort. Es wurde weiter entwickelt und bezüglich der Rechenzeit optimiert. Diese Rechenzeitoptimierung wurde durch die Kombination des Schallteilchenverfahrens mit dem Spiegelschallquellenverfahren erreicht. Das System wurde 1989 in der Studientechnik als kommerzielles Produkt eingesetzt.

Eine Anwendung für das Spiegelschallquellen- oder das Schallteilchenverfahren ist eine Software der Firma Prokom. Das Programm mit dem Namen EASE ermöglicht die Berechnung der Raumimpulsantworten in auf dem Rechner erstellten Räumen. Das Programm enthält Datenbanken für Lautsprecher und Wandmaterialien. Die Ergebnisse können visualisiert werden. Eine Auralisation für die berechnete Position im Raum ist monaural und binaural möglich. Darüber hinaus lassen sich Hörsamkeitsmaße bestimmen.

Eine weitere Anwendung des Spiegelschallquellenverfahrens existiert am Institut für Rundfunktechnik (IRT), bei dem es im Projekt „Auralisation virtueller Studios“ (AUVIS) um Binaural Room Modelling (BRM) geht [Goo2002]. Mit Hilfe dieses BRM-Systems wird eine monaurale oder binaurale Hörbarmachung virtueller Studios möglich. Elektroakustische Wandler gehen als winkelabhängige Übertragungsfunktion in die Simulation mit ein. Die zur Einstellung der Raumakustik notwendigen Schallabsorber werden winkelabhängig in Betrag und Phase erfasst. Um den tieffrequenten akustischen Übertragungsbereich richtig zu erfassen, werden Beugungserscheinungen an den Kanten der Schallabsorber bestimmt. Für

eine Stereowiedergabe werden Raumimpulsantwortpaare bestimmt. Diese werden dann für den linken und den rechten Kanal mit Wiedergabesignal gefaltet. Für eine Mehrkanalwiedergabe (3/2), also für 5 Quellen, bei denen auch Kopfbewegungen in einem Winkel von 84 Grad in 6-Grad-Schritten möglich sind, werden 150 Impulsantworten berechnet.

Eine weitere Softwarerealisierung ist das Programm SOPRAN. Hier geht es um die Berechnung raumakustischer Parameter in Räumen, Hallen und mit Einschränkung im Freien. Es wird das Verfahren der geometrischen Raumakustik - Schallteilchenverfahren verwendet. Interferenzen und Beugung werden nicht betrachtet (nur Reflexion und Brechung). Im Funktionsumfang sind inbegriffen die Eingabe der Raumgeometrie als Teilräume, Hüllquader, Wände und die Zuordnung von Punkten.

Hüllquader bedeutet, dass sich der Raum in Unterstrukturen aufteilen lässt. So kommt es vor, dass bei bestimmten Strahlenrichtungen eine solche Unterstruktur (Hüllquader = transparent) von einem Strahl nicht getroffen wird, deshalb muss er nicht mit berechnet werden.

Ebenso ist die Eingabe der Empfangspunkte (Anzahl der Publikumsflächen, Auswahl von Plätzen mit Echogramm, Abstand von der Bezugswand, Abmessung [Randpolygon], Gitternetzparameter) möglich. Randpolygon bedeutet, dass es eine Vielzahl spezieller Differenzialgleichungen gibt, die man in geschlossener Form integrieren kann. Doch zur graphischen Realisierung werden Polygonberechnungen verwendet. Die Gitternetzparameter lassen sich variieren. Durch die wahlweise grobe oder kleine Vorgabe für ein Raster, über alles gleichmäßig verteilt, kann geprüft werden, welche Wände über wie viele Raster verfügen bzw. in welche Rasterelemente sie gehen. Dabei werden nur Rasterelemente betrachtet, die die Wände schneiden. Je feiner die Aufrasterung, desto größer der Aufrasterungsgrad.

Die Eingabe der Schallquelle erfolgt als Punktschallquelle mit Ort, Abstrahlmodus, Grenzwinkel. Die Punktquelle ist definiert, dass auf einer Kugel (Punktquelle), die in verschiedene Raumwinkel aufgeteilt ist, die Teilchen von den etwa gleich großen Quadraten unter einem bestimmten Winkel abgeschossen werden. Dabei ist der Abstrahlungsgrad zur Kennzeichnung der Schallabstrahlung bei einem Schallsender mit vorgegebener Schnelleverteilung von Bedeutung.

Akustikdaten wie Wandtypen, Diffusität, Absorber, Dämmtypen, Oktavband für jeden Teilraum, Streudichte, Absorptionsgrad können verändert werden.

Bei der Schallanalyse mit Hilfe von Oktavfiltern ergibt sich die graphische Darstellung des sich je Oktave ergebenden Schallpegels als Funktion der Frequenz. Der Oktavpegel wird für die Oktavmittenfrequenz angegeben. Oktavfilter sind Bandpassfilter, deren Grenzfrequenzen im Verhältnis 2 : 1 stehen. D.h., die Mittenfrequenz ist die geometrische Mitte der beiden Grenzfrequenzen.

Weitere Eingaben der Simulationsdaten sind Schallteilchenzahl und Reflexionszahl.

Das Ergebnis liefert nach erfolgreicher Simulation eine graphische Darstellung raumakustischer Parameter, Echogramme und Statistik.

Beim Aufruf der verschiedenen Module aus den Untermenüs muss man sich einer bestimmten Hierarchie unterordnen. Diese Rangfolge muss eingehalten werden, da sonst zu Beginn der Simulation (der mathematischen Berechnung) eine Fehlermeldung erzeugt wird, das Programm bei Batch - Abarbeitung abstürzt oder falsche Ergebnisse liefert.

Der Rangfolge entsprechend erfolgt auf dem Weg zur Simulation eine Teilberechnung. Die Eingaben werden jedoch nicht vorab geprüft. Ebene Oberflächen sind beschränkt. Räume bilden Polyeder aus einer bestimmten Anzahl von Oberflächen, Kanten und Ecken. Akustikdaten müssen deshalb zur Geometrie passen.

Wände können verschoben, skaliert, gedreht, gespiegelt, kopiert, gelöscht und invertiert werden. Es existiert eine Absorberdatenbank.

Die Pegelgenauigkeiten sind abgeleitet vom relativen Fehler (Standardabweichung) der Energiedichte bei einzelnen Empfängern und dem Erwartungswert des relativen Fehlers auf Grund des Abbruchs der Schallteilchenverfolgung nach einer endlichen Anzahl von Reflexionen und Schätzung der Energie des exponentiell abklingenden Restnachhalls (Restnachhallfehler).

Der Gesamtfehler ist die Summe der Quadrate von Restnachhallfehler und statischem Fehler.

Das Simulationsprogramm Raynoise dient der Bestimmung von akustischen Parametern in Konferenzräumen, Hallen, und anderen Räumen. Mit diesem weiteren Simulationsprogramm können geschlossene und offene Räume betrachtet werden. Hier werden beide Simulationsverfahren der geometrischen Akustik, das Spiegelquellen- und das Schallteilchenverfahren genutzt. Hauptverwendung für dieses Programm ist die industrielle Lärmkontrolle, Raum- und Umgebungsakustik.

Eingabedaten sind der Schallpegel, die Geometrie des Raumes, die Wandtypen usw.

Diese Daten können wahlweise verändert werden (die Absorption kann gewechselt werden, eine Veränderung der Hallengeometrie kann vorgenommen werden, der Maschinenschallpegel kann variiert werden).

Ergebnisdaten sind EDT (Anfangsnachhallzeit), Klarheitsmaß, STI - Index, S/N, Echogramm, Impulsantwort, Pegel, Schalldruckpegel und die Deutlichkeit.

Zu beachten ist, dass man für die Simulation geschlossene und offene geometrische Gebilde verwenden kann. Außerdem stehen eine unendliche Anzahl an Sendern (verschiedene Arten wie Punkt, Linie, Ebene) und Empfängern zur Verfügung. Jede Schallquelle kann für sich separat oder in Kombination mit einer anderen verwendet werden.

Es gibt weiterhin eine Lautsprecherdatenbank und eine Wandmaterialdatenbank. Ebenfalls werden atmosphärische Bedingungen (Temperatur, relative Luftfeuchte) berücksichtigt.

Bei der Anwendung der geometrischen Verfahren kann man sagen, dass eine exakte, alle Details umfassende Darstellung der Schallausbreitung aus verschiedenen Gründen unmöglich ist. Real vorkommende Räume haben häufig so komplexe Formen und Wandgestaltungen, dass schon die mathematische Beschreibung sehr umständlich oder sogar unvermeidbar aufwendig ist. Weiterhin erfordert eine exakte Charakterisierung des Schallfeldes die Betrachtung zahlreicher Feldgrößen, wie Schallschnelle, Schallwechseldruck, Schallwellenwiderstand usw. Schließlich sollte auch die Wahrnehmung komplizierter räumlicher und zeitlicher Schallstrukturen im menschlichen Gehör und deren Umsetzung in subjektive Eindrücke Berücksichtigung finden. Die Gesamtheit dieser Probleme könnte nur durch wellentheoretische Berechnungen gelöst werden. Aufgrund der Vielzahl von Randbedingungen wären solche Aufgaben aber selbst mit Computerhilfe kaum lösbar.

Mit der modellhaften Vorstellung geometrischer Schallausbreitung verzichtet man auf die vollständige Charakterisierung des Schallfeldes zugunsten der praktischen Durchführbarkeit der Berechnungen. Das ist eine wesentlich abstraktere Betrachtungsweise bzw. eine Näherung. Als Ergebnis der Überlegungen (geometrisches Modell) entstand die sogenannte geometrische Raumakustik. Hier wird lediglich der räumliche und zeitliche Verlauf einzelner Schallstrahlen als Repräsentanten des gesamten Schallfeldes untersucht. Dieser Methode liegen vorwiegend die Gesetze der Schallreflexion an den Raumwänden zugrunde. Durch die rein geometrische Betrachtung der Schallausbreitung kann eine wesentliche Vereinfachung der Berechnung räumlicher Schallfelder erreicht werden. Das Ergebnis liefert die Beschreibung objektiver Schallfeldparameter, die entsprechend den Grenzen des geometrischen Modells nachvollziehbare Höreindrücke ermöglichen.

Ähnlich der geometrischen Optik wird in der geometrischen Raumakustik das Modell der Schallwellen durch das Modell der Schallstrahlen ersetzt. Ein Schallstrahl wird hierbei als schmaler Ausschnitt einer Kugelwelle mit verschwindend kleiner Apertur betrachtet. Ausgehend von einem zentralen Punkt pflanzt er sich geradlinig in definierter Richtung fort und unterliegt dabei denselben Gesetzen wie ein Lichtstrahl, abgesehen von der geringeren Geschwindigkeit. Trifft nun ein Schallstrahl auf eine Grenzfläche zweier Medien, so gibt es drei Möglichkeiten für den Verbleib seiner Energie. Ein Teil kann in das erste Medium zurückgeworfen (Reflexion), ein weiterer in Wärme umgewandelt werden (Absorption) und der Rest mit einer Richtungsänderung (Brechung) in das zweite Medium eindringen. In realen geschlossenen Räumen treten als Grenzflächen nur die Raumwände in Erscheinung. Es wird davon ausgegangen, dass der gesamte Raum homogen mit einem Gas (im allgemeinen Luft) gefüllt ist. Örtliche Temperaturunterschiede, welche das Gas in verschiedene Medien teilen würden, bleiben unberücksichtigt. Weiterhin ist für die Schallfelduntersuchung nur der Teil von Bedeutung, welcher im Raum verbleibt; der in den Wänden erzeugte Körperschall wird hier nicht untersucht. Folglich interessiert für das Modell der geometrischen Raumakustik nur die Reflexion von Schallstrahlen an den Begrenzungsflächen unter Berücksichtigung der um den Absorptionsgrad verringerten Energie.

Zur Ermittlung der Richtung der reflektierten Strahlen gibt es zwei verschiedene Ansätze: einmal die vollständig spiegelnde und zum anderen die diffuse Reflexion nach dem Lambertschen Gesetz. In der Realität teilt sich die Reflexion abhängig von Frequenz, Raumform und Oberflächenbeschaffenheit der Wände in sowohl spiegelnde als auch diffuse Anteile auf. Die mathematischen Modelle hingegen vernachlässigen oft einen Teil. So geht z.B. die statistische Raumakustik, welche sich auf die Nachhallformeln von Sabine und Eyring stützt, von vollständig diffuser Reflexion aus. Im Gegensatz dazu berücksichtigt die geometrische Akustik nur spiegelnde Reflexionen. Obwohl abhängig von den Vorbedingungen und dem konkreten Einsatzzweck auch unter Vernachlässigung eines Teiles durchaus sinnvolle Ergebnisse erzielt werden, wird in jüngster Zeit versucht, beide Verfahren miteinander zu verbinden, um so Ergebnisse zu erhalten, die der Wirklichkeit noch besser entsprechen. Mit der Kombination von Schallteilchen und Spiegelquellenverfahren ist die Bestimmung einer sehr genauen Raumimpulsantwort möglich, wobei die Rechenzeit eben durch die Kombination optimiert wird. Nachteile bringt das Spiegelschallquellenverfahren, da es keine Räume ohne Beugungs- und Streueffekte gibt. Daher wird das Spiegelschallquellenverfahren allein immer nur zur Bestimmung einer kurzen Raumimpulsantwort (ca. 150 ms), bei kleinen Wandzahlen und für einfache (geometrisch große) Quaderräume verwendet. Dabei ist die aufgewendete Rechenzeit gering.

3.2.3 Finite Elemente- und Randelementeverfahren

Die Finite-Elemente-Methode (FEM) ist ein numerisches Näherungsverfahren zur Lösung komplizierter Differentialgleichungen in der Technik und Naturwissenschaft. Dieses Verfahren ist universell einsetzbar. Die Methode wird bei der Berechnung von Tragwerken, in der Automobilindustrie und bei Strömungsberechnungen eingesetzt. Die FEM beschreibt nicht das Gesamtsystem, sondern zerlegt das System in viele kleine Teile, die finiten Elemente. Die finiten Elemente sind an ihren Rändern durch Knoten miteinander verbunden.

Die Randelement-Methode oder auch Boundery-Element-Methode (BEM) betrachtet nur Lösungen auf dem Rand des Elements.

Der wellentheoretische Ansatz beschreibt in der Raumakustik den räumlichen und zeitlichen Zusammenhang zwischen Schallwechseldruck p und der Schallschnelle v . Nach dem Newtonschen Trägheitsgesetz gilt für Gasvolumenelemente $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\text{grad } p$. Das totale Differential für den Schnellevektor kann im linearen Bereich der Wellenfrontbewegung durch die partielle Ableitung ersetzt werden. Zusammen mit der Kontinuitätsgleichung und der Zustandsgleichung für Gase folgt die homogene Wellengleichung für den Schalldruck mit $\nabla p = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$. Die homogene Wellengleichung hat verschiedene allgemeine Lösungen. Um eine eindeutige Lösung zu erhalten, müssen die Anfangsbedingungen festgelegt werden. Diese führen dann zur inhomogenen Wellengleichung.

Der wellentheoretische Ansatz ermöglicht eine exakte physikalische Beschreibung der Schallausbreitung mit Hilfe der Wellengleichung. Als Lösung des sich daraus ergebenden dreidimensionalen Randwertproblems ergibt sich das in dem betreffenden Raum ausgebildete Schallfeld in Abhängigkeit von Ort und Zeit. Dabei lässt sich eine geschlossene analytische Lösung nur für einige geometrisch einfache Sonderfälle angeben. Bei komplexeren Geometrien kann sich jedoch bereits die Formulierung der Randbedingungen als ein äußerst kompliziertes Problem erweisen, so dass numerische Lösungsmethoden angewendet werden müssen. Der dabei benötigte Aufwand hängt von der Komplexität des betrachteten Anwendungsfalles und von der gewünschten Genauigkeit der zu simulierenden Signale ab. Die FEM und die BEM stellen derartige Simulationsverfahren dar [Krä1995]. Die Anwendung dieser Verfahren beschränkt sich aufgrund des enormen Speicher- und Rechenzeitbedarfs auf wenige Spezialgebiete im Bereich tiefer Frequenzen oder kleiner Räume, z.B. bei der Bestimmung der ersten Eigenfrequenzen im Fahrzeugbauinneren. Dabei ermöglichen diese Methoden den Vorteil der Simulation von Beugungseffekten. Gerade bei tiefen Frequenzen oder kleinen Räumen sind Welleneffekte so ausgeprägt, dass eine Vernachlässigung, wie bei den geometrischen Verfahren, nicht mehr zulässig ist und eine Simulation mit wellentheoretisch basierten Methoden durchgeführt werden muss. Der allgemeine Ansatz der FEM gestattet sogar eine Simulation für beliebige flüssige oder gasförmige Medien. Insbesondere ist auch die Behandlung eines oder mehrerer Medienübergänge möglich (z.B. Außenohr/Innenohr). Die FEM ist ein mathematisches Verfahren zur Lösung von Differentialgleichungen. In der Akustik wird diese numerische Methode eingesetzt, um die Helmholtzsche Differentialgleichung zu lösen. Aber die FEM ersetzt das Wissen des Anwenders um die physikalischen Vorgänge nicht. Sie muss als komplexes Hilfsmittel verstanden werden. Dies äußert sich allein schon in den typischen Schritten bei einer Simulation mit diesem Verfahren.

Zunächst wird das betreffende Volumen (z.B. ein Innenraum) diskretisiert, d.h. in kleine Teilkörper (z.B. Tetraeder) unterteilt (Meshing). Die Diskretisierung ist so fein zu wählen, dass innerhalb eines Teilkörpers keine unterschiedlichen Medien vorliegen und die möglichen Wellenlängen auch örtlich aufgelöst werden können. Die entstandene Diskretisierung nennt man Mesh (Netz).

Die Hauptschwierigkeit beim sogenannten Meshing liegt darin, eine hinreichende Diskretisierung für das Problem zu finden. Wird das Problem zu grob gemeshed, so erhält man fehlerhafte Resultate. Ist das Mesh zu fein gewählt, so ist der Rechenaufwand derart groß, dass eine Berechnung nicht mehr möglich ist.

Die eigentliche FE-Rechnung beginnt mit dem Einlesen des FE-Meshs. Basierend auf dem Mesh wird unter Verwendung von sogenannten Funktionalen ein generalisiertes

Eigenwertproblem (EWP) generiert, das es zu lösen gilt. Hinsichtlich der Rechenzeit und des Speicherplatzbedarfs spielt dabei die konkrete Implementierung des Löser (Solvers) eine entscheidende Rolle.

Das entstandene Eigenwertproblem lässt sich mit verschiedenen Verfahren lösen, so z.B. mit dem Algorithmus von Lanczos. Bei der Wahl des Verfahrens ist jedoch weniger auf die „leichte Implementierbarkeit“ als auf dessen numerische Effizienz zu achten. Die das EWP beschreibenden Matrizen sind i.A. sehr groß (typisch 200.000 x 200.000), aber schwach besetzt (sparse). Nur bei Anwendung problemangepasster Datenstrukturen und entsprechender Löser ergibt sich für das Problem eine Lösung in akzeptabler Zeit. Es existieren beispielsweise kommerzielle Solver, die bereits bei einem Mesh, bestehend aus 80000 Knoten, über einen Hauptspeicherbedarf von deutlich mehr als einem Gigabyte verfügen.

Die aus der FE - Rechnung ermittelten Resultate werden nunmehr aufbereitet und abgeleitete Größen berechnet. Die Ergebnisse der FEM und BEM sind komplexe Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich [Roh2001]. Diese können über eine Fouriertransformation in eine Impulsantwort im Zeitbereich überführt werden. Alle Ergebnisse werden zur Visualisierung exportiert.

3.2.4 Anwendung von Simulationsverfahren in der Raumakustik

Zur Zeit werden Simulationsverfahren in der Akustik für spezielle Zwecke verwendet.

Die Spiegelschallquellenmethode und das Schallteilchenverfahren lassen sich gut bei der akustischen Vorplanung von Hallen und Gebäuden einsetzen. Aber auch bei der nachträglichen Begutachtung von Räumen für einen speziellen Zweck werden diese Verfahren eingesetzt (Unterrichtsräume). Auch bei der Planung elektroakustischer Anlagen können diese beiden Verfahren verwendet werden.

Modelle werden heute weniger eingesetzt. Jedoch sind sie sehr gut für Demonstrationen geeignet.

Eine große Anwendung ist die auditive virtuelle Umgebung, in der es mit Hilfe eines Computermodells möglich sein soll, eine beliebig vorgebbare akustische Umgebung zu erzeugen, in der interaktives Handeln möglich ist (Headtracking verbunden mit dem Spiegelschallquellenverfahren). Dabei wird die Binauraltechnik eingesetzt [Pom1993].

Zur Erzeugung nicht direkt zugänglicher akustischer Umgebungen können die geometrischen Verfahren eingesetzt werden.

Raumsimulationsprogramme kommen bei Architekten bei der Planung von Konzertsälen oder Theatern, in der Wissenschaft, in der Beschallungstechnik, in der Konsumerindustrie, in der Studientechnik zur Aufprägung des Charakters eines beliebigen Raumes bei trocken aufgenommener Musik bzw. zur Erzielung musikalischer Effekte mit künstlichem Hall, bei Telekonferenzsystemen zur Informationswahrnehmung, bei Mensch-Maschine-Kommunikation etc. zum Einsatz. Die virtuelle Akustik erlaubt ein kostengünstiges Testen verschiedener Möglichkeiten von Raum- und Lautsprechereigenschaften sowie der Lautsprecheranzahl (Projektierung von Beschallungsanlagen). Ein weiteres Gebiet ist die Spracherkennung, bei deren Anwendung unerwünschte akustische Effekte in Echtzeit ausgefiltert werden müssen.

Verschiedenste Simulationsverfahren werden für die Hörfunk- und Musikproduktion bzw. zur raumakustischen Synthese im Studiobereich eingesetzt.

Die FEM und die BEM werden sowohl für akustische Zwecke als auch für Tragwerksberechnungen, Strömungsdynamik u.a. eingesetzt. Diese Verfahren sind universell, sind aber mit einem erhöhten Rechenaufwand verbunden.

Alle Simulationsverfahren werden intensiv für Forschungszwecke eingesetzt.

4 Messung von Raumimpulsantworten

Für die akustischen Messungen ist nach den Richtlinien der DIN EN ISO 14257, DIN EN ISO 3382, ISO 31-7, DIN 1318, DIN 1332, DIN 13320, DIN 45630, DIN 18041 und DIN 52216 gearbeitet worden.

Die Grundlage der raumakustischen Messtechnik ist die Messung der Raumimpulsantwort. Es ist die genaueste Möglichkeit, Aussagen über den Raum treffen zu können. Messverfahren wurden schon im Punkt 3.1 erläutert. Durch die im Punkt 3.1 aufgeführten unterschiedlichen Erregersignale ergeben sich Unterschiede bei Signal-Störabstand, Messgenauigkeit und Energiegehalt des Anregungssignals.

Nachfolgend werden praktische Gesichtspunkte für die Messung unter Anwendung der MLS-Methode (Maximum Length Sequenz) erläutert. Die Impulsantwort wird mit Hilfe eines reproduzierbaren, energiereichen Signals, der MLS, durch Korrelationsmesstechnik gewonnen. Bei der MLS Korrelationsmesstechnik muss nicht das Anregungssignal ein Impuls sein, sondern die Autokorrelationsfunktion des Anregungssignals.

Die Voraussetzung zur Messung ist ein diffuses Schallfeld. Um diese Diffusität zu erzeugen, wird ein Anregungssignal mit hoher Energie verwendet, welches auch in großen Räumen eine gleich verteilte Energiedichte hervorruft. Ein bestimmter Mindestschalldruck ist notwendig, um je nach Messverfahren das benötigte S/N einzuhalten. Anschließend werden gemessene Impulsantworten für verschiedene Räume betrachtet. Zur Analyse werden Verfahren der DSV (Digitale Signal Verarbeitung) und der Statistik eingesetzt.

Für die Messung der Raumimpulsantwort wird der skizzierte Messaufbau in der Abbildung 4-1 verwendet. Zur Bestimmung von Raumimpulsantworten gibt es verschiedene Verfahren (vgl. Punkt 3.1). Einige direkte Messmethoden sind die Bestimmung der Raumimpulsantwort durch Anregung des Raumes mit einem Pistolenschuss oder durch Knallfunken, deren Geräusch direkt oder über Lautsprecher in den Raum abgegeben werden. Die Nachteile dieser Methoden sind schlechte Reproduzierbarkeit, nicht konstantes Spektrum und ein zu großer Crest-Faktor. Wegen der großen Signalamplituden zu Beginn des Anregungssignals kann der lineare Übertragungsbereich in Räumen nicht eingehalten werden.

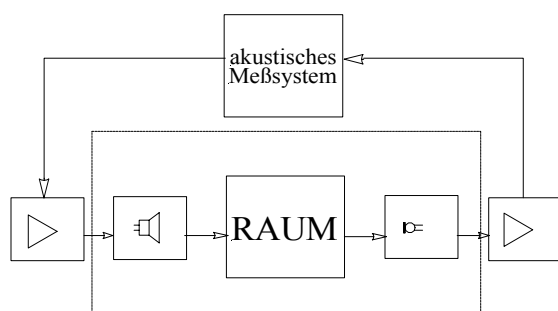


Abbildung 4-1 Messaufbau (Skizze)

Verwendet man elektroakustische Impulsquellen, bestehend aus einem Signalgenerator, einem Verstärker und einem Lautsprecher, erhält man exakt reproduzierbare Impulse. In diesem Fall können die Signale nicht beliebig energiereich sein, das würde den Lautsprecher überlasten. Das Anregungssignal muss aber immer größer als das Umgebungsgeräusch sein (Messdynamik).

Aus diesem Grund werden indirekte Messmethoden eingesetzt. Eine solche indirekte Messmethode ist die Maximum Length Sequenz-Methode oder auch MLS-Verfahren genannt.

Stand der Technik ist heute die Korrelationsmessung von Raumimpulsantworten mit Maximalfolgen. Dieses Messverfahren verwendet bestimmte periodische Zahlenfolgen, die sich pseudozufällig verhalten. Die MLS wird über einen DA-Wandler einem speziellen Lautsprecher (spezielle Kugelbox mit kugelförmiger Abstrahlcharakteristik) zugeführt. Über diesen Lautsprecher wird das Signal in den zu messenden Raum abgegeben. Der Lautsprecher strahlt damit kugelförmig über einen bestimmten Frequenzbereich mit relativ konstanter Amplitude ab. Im Bereich der Kugelstrahlung überwiegt der direkte Schall innerhalb einer Kugel mit dem Radius von ca. 0,5 m. Außerhalb der Kugel gilt die durch die Nachhallzeit und die Gesamtleistung bestimmte Frequenzkurve. Beim Kugelstrahler, der in Räumen verwendet wird, befindet man sich für alle Frequenzen im diffusen Schallfeld entsprechend ISO 3382. An Stelle eines Kugellautsprechers lassen sich auch Wandlautsprecher (Abstrahlung einer Halbkugel), Lautsprecher, die an einer Raumkante aufgehängt werden (Abstrahlung einer Viertelkugel oder Lautsprecher in einer Raumecke (Abstrahlung einer Achtelkugel) verwenden. Nachteil dabei ist die geringe Bewegungsfreiheit zur Untersuchung des Raumes.

4.1 Erzeugung und Eigenschaften einer Maximalfolge

An dieser Stelle soll nur ein Überblick über die Funktionsweise und Besonderheiten von Maximalfolgen gegeben werden. Die Herleitung und Bestimmung einer MLS ist im Anhang A im Punkt 3.1 aufgeführt.

Die linearen Maximalfolgen sind eine Unterklasse der Pseudozufallsfolgen. Lineare rekursive Folgen sind periodisch. Dieses Verfahren ist beschrieben in [Bor1983][Vor1994][Fin1997]. Die Vorgehensweise bei der Analyse diskreter Systeme mit Hilfe von MLS ist in [Vor1994] beschrieben. Die Signalstruktur ist elementar und stellt eine rekursive Folge dar, die als lineare binäre Maximalfolge bezeichnet wird. Die mathematische Betrachtung entstammt der höheren Algebra [Ber1967], den Galois-Feldern (GF). Das einfachste GF ist GF(2), das die Elemente 0 und 1 enthält. Es ist ein Syntheseproblem, eine solche Folge mit speziellen Korrelationseigenschaften und einer bestimmten Länge zu suchen (Anhang A Punkt 4.1). Die Längen solcher Folgen hängen sehr stark von der zur Verfügung stehenden Rechenkapazität ab.

Für maximal mögliche Periodenlängen gilt $L = L_{\max} = q^m - 1$, für GF_q (GF-Galois Feld). Mit $q = 2$ und $m = 15$ erhält man dann entsprechend $L = 32767$.

Dabei ist die Periodenlänge der MLS unabhängig von der Anfangszustandsbedingung. Um eine maximale Periodenlänge zu erreichen, ist ein primitives charakteristisches Polynom Voraussetzung. Zur Bestimmung eines irreduziblen primitiven Polynoms gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine sichere Möglichkeit ist durch den Berlekamp-Algorithmus gegeben. Dieser und andere Möglichkeiten zur Erzeugung eines irreduziblen primitiven Polynoms befinden sich im Anhang A, Punkt A 3.1.

Eine Lösung für die Zerlegung (Modulo 2) ist dann für ein Beispielpolynom

$$f(x) = x^7 + 1 = (x+1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1) \quad \text{oder} \quad \text{auch} \quad \text{für}$$

$$f(x) = x^{15} + 1 = (x+1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1).$$

Mit Hilfe eines Generatorpolynoms, z.B. $(x^3 + x + 1)$ oder $(x^4 + x + 1)$, das ein irreduzibles primitives Polynom sein muss, wird ein Schieberegister mit den entsprechenden Rückkopplungszweigen aufgebaut. Generatorpolynome für MLS sind in [Fin1997] bis zur Ordnung 32 zu finden. Der Anfangszustand des Schieberegisters darf nicht Null sein, da sich sonst nur dieser Zustand wiederholt. Aus diesem Grund berechnet sich die Periodenlänge nach Gleichung 4-1 für binäre Maximalfolgen.

$$L = 2^m - 1$$

Gleichung 4-1

Wird das Eingangssignal eines binären Schieberegisters durch Modulo-2-Addition seines Ausgangs mit einem oder mehreren Abgriffen gewonnen, so erhält man bei einer bestimmten Rückkopplungsstruktur entsprechend dem gewählten Verschiebetakt eine Folge maximaler Länge. Die Ausgabe am Schieberegister erfolgt als 0 und 1. Enthält das Register m Stufen, so kann die Periodenlänge nach Gleichung 4-1 bestimmt werden. Man erhält eine Maximalfolge mit breitbandrauschähnlichen Eigenschaften. Der Generator erzeugt mit Gleichung 4-1 Verschiebetakten lückenlos und wiederholungsfrei alle Zustände, außer dem Nullzustand. Dieser Zustand würde den Generator „einfrieren“ ($L = 1$).

In [Köh2000] ist gezeigt, wie man eine lineare binäre Maximalfolge bei vorgegebenem Generatorpolynom erzeugt und wie man bei veränderter Rückkopplungsstruktur eine Folge nicht maximaler Länge erhält.

Um die Periode der MLS zu bestimmen, muss die Periodenlänge mit der Taktzeit multipliziert werden (Gleichung 4-2).

$$T_L = t_a L = \Delta t L$$

Gleichung 4-2

Die lineare binäre Maximalfolge $b\{0,1\}$ wird in eine Folge von $a\{-1,1\}$ überführt (symmetrische Folge; Abbildung 4-2), um so ein mittelwertfreies Signal zu erhalten. Dabei hat es keinerlei Auswirkung auf die Eigenschaften, ob das Signal von $b\{0,1\}$ nach $a\{-1,1\}$ oder nach $a\{1,-1\}$ überführt wird.

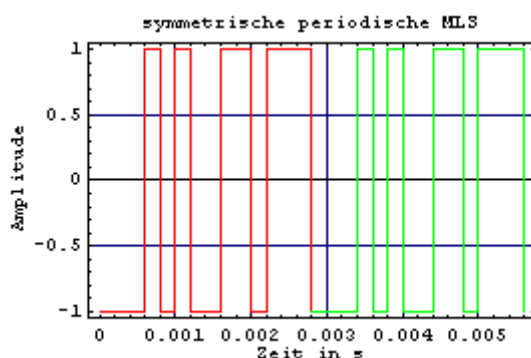


Abbildung 4-2 symmetrische periodische analoge MLS

Eine wichtige Eigenschaft der MLS ist deren Autokorrelationsfunktion [Köh2000]. Für ein Signal der Form $f(t)$ ist die AKF definiert mit Gleichung 4-3. Für ein ideales Zufallssignal $f(t)$ ist $\Phi_{f,f}(\tau) = 0$ und $\Phi_{f,f}(0) \neq 0$. Entsprechend der letzten Gleichung 4-3 ist $\Phi_{f,f}(0)$ die Signalleistung von $f(t)$.

$$\Phi_{f,f}(\tau) = \frac{\Phi_{f,f}(\tau)}{\Phi_{f,f}(0)} \quad \text{mit}$$

$$\Phi_{f,f}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)f(t+\tau)dt \quad \text{und} \quad \text{Gleichung 4-3}$$

$$\Phi_{f,f}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt$$

Ist die symmetrische MLS (Signal $a\{-1,1\}$) mit L periodisch, dann geht die AKF (Anhang A im Punkt 3.1) in eine zirkulare AKF über. Die Integrationsgrenze T muss nicht gegen unendlich gehen, sondern kann auf die Periodendauer $L-1$ begrenzt werden. Dann kann das Integral in eine Summenschreibweise überführt werden, und man erhält für die zirkulare diskrete AKF Gleichung 4-4. Entsprechend lässt sich auch die AKF [Gim1994] der periodischen, symmetrischen MLS bestimmen. Würde man die Anzahl der Perioden vergrößern, so würde immer an den Stellen nL der Wert 1 (bei Normierung) auftreten und an den anderen Stellen der Wert $(-1/L)$.

Die spezielle periodische AKF der Maximalfolge weist impulsförmiges Verhalten (Dirac-Kamm) mit einem bestimmten Gleichanteil auf.

Aus den Betrachtungen ist ersichtlich, dass die AKF bei der MLS-Methode immer bekannt ist und nur einen Fehler durch den Gleichanteil aufweist, der jedoch bei großen Längen verschwindet. Es ist von Vorteil, wenn bei der Analyse mit $1/(L+1)$ normiert [Gim1994] wird (Gleichung 4-4), wobei a_i eine MLS der Länge L sei. Nun kann man die so umgeformte AKF einer MLS als Summe von Einzelimpulsen mit Gleichanteil darstellen $\Omega_{a,a}(n) = \delta_p - \frac{1}{L+1}$ [Rif1989]. Für große L wird der Gleichanteil Null, und die AKF entspricht dann einem periodischem Impuls δ_p .

$$\Omega_{a,a}(n) = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^{L-1} a_i a_{i+n} \bmod L = \begin{cases} \frac{L}{L+1} & \text{für } n = 0, L, 2L... \\ -\frac{1}{L+1} & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{Gleichung 4-4}$$

Die diskrete fouriertransformierte AKF $\Omega_{a,a}(n)$ der MLS ist das Leistungsdichtespektrum $S_{a,a}(k)$. Dieses Leistungsdichtespektrum stellt für eine Periodenlänge L ein Linienspektrum dar und ist

$$S_{a,a}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \Omega_{a,a}(n) e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{für } k = 0 \\ \frac{L+1}{L} & \text{für } k = 1, 2, \dots, L-1 \end{cases} \quad \text{Gleichung 4-5}$$

Das gilt nur im idealen Fall. Praktisch ist der Impuls der AKF der MLS eine Dreiecksform.

Damit ist die Einhüllende der DFT der AKF der MLS eine $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ Funktion. Der 3 dB-

Abfall liegt dann bei ca. $0,45 f_A$. Dabei ist f_A die Auswertefrequenz und bestimmt sich zu

$$f_A = \frac{1}{nT_L}.$$

Für das verwendete Messsystem ist deshalb eine obere Grenzfrequenz vom 0,3- fachen der Abtastfrequenz angegeben.

$$T_L = L\Delta t = \frac{L}{0.3f_a} = \frac{2^m - 1}{3f_o [\text{mindestens}]} > T_N \quad \text{Gleichung 4-6}$$

Wird der Raum mit der MLS angeregt, nimmt ein Messmikrofon mit der entsprechenden Charakteristik das Raumsignal auf. Dieses aufgenommene Signal wird mit der zeitinversen Folge gefaltet [Vor1994][Gim1994]. Damit erhält man für einen Ausschnitt über eine Periode die Überlagerung von periodisch verschobenen Anteilen der IR. Ist die IR kürzer als die Periode (Gleichung 4-2) der Maximalfolge, dann erhält man die gewünschte IR. Ist die IR länger, so überlappen sich die Impulsantworten, und es kommt zu Timealiasing. In der Raumakustik können sehr lange IR gemessen werden, d.h. es müssen auch entsprechend lange Maximalfolgen zur Messung verwendet werden (vgl. Gleichung 4-6) [Fin1997][Vor1994][Gim1994] (Anhang A, Unterpunkt 3.2). Vor einer Messung der Impulsantwort ist es daher wichtig, sich über deren Länge zu informieren (Bestimmung der Nachhallzeit mit Gleichung 2-4 oder 2-5). Die Länge der Impulsantwort beträgt (je nach Arbeitsspeicher des Meßsystems, Abtastrate) zwischen $t_{\max} = 200 \dots 5000 \text{ ms}$.

$$S/N = 10 \log(2^m - 1) = 3 \ln(L) \quad \text{Gleichung 4-7}$$

Das S/N-Verhältnis lässt sich mit Gleichung 4-7 bestimmen. Bei der Messung im Raum ist es von Vorteil, über mindestens 2 Perioden zu mitteln, um den Störabstand zu erhöhen. Bei jeder Vergrößerung der Anzahl der Perioden um 2, über die gemittelt werden soll, vergrößert sich der Störabstand um 3 dB mit $S/N = 10 \log[(2^m - 1)n_L]$, wobei n_L die Anzahl der Perioden ist, über die gemittelt werden soll.

4.2 Messung

In diesem Fall kamen zwei professionelle akustische Messsysteme nach dem Stand der Technik zum Einsatz. Für das eine akustische Messgerät gelten die nachfolgenden Angaben. Die maximale Ordnung der MLS ist 16. Die maximale Abtastfrequenz ist 96 kHz. Damit können IR bis zu einer Länge von 0,6826 s bei 96 kHz Abtastfrequenz und bis zu einer Länge 2,6213 s bei einer Abtastfrequenz von 25 kHz gemessen werden. Verschiedene Fensterfunktionen (Hann, Hamm, Blackman-Harris) stehen zur Verfügung. Ebenso wurde ein speziell konstruierter Kugellautsprecher verwendet, dessen Richtdiagramme bis 4 kHz fast kreisrund verlaufen. Die Verarbeitung der gemessenen und gespeicherten Impulsantworten kann auf dem Messsystem oder mit Hilfe eines selbst geschriebenen Programms erfolgen. Zur Aufnahme der in den Raum gesendeten Signale wurde ein $\frac{1}{2}$ Zoll Messmikrofon verwendet.

Ist das LTI-System in einem eingeschwungenen Zustand (die Synchronisierung ist erfolgt; beträgt eine Periodenlänge), kann die Messung durchgeführt werden. Die Amplitude darf nicht zu groß sein, da es sonst zu Verzerrungen (Nichtlinearitäten) kommt. Auf Grund des Leistungsspektrums einer MLS muss mit mindestens der dreifachen oberen Grenzfrequenz

abgetastet werden, da die Hüllkurve des Leistungsspektrums $(s_i^2(x))$ bei ungefähr $\frac{1}{3} f_a$ um 1 dB gefallen ist.

Bei der Messung der IR werden die akustischen Verhältnisse zwischen Sende- und Empfangsort wiedergegeben. Jede Veränderung im Raum, jede Verschiebung der Sender-Empfängeranordnung bewirkt eine Änderung der Impulsantwort.

Bei der Messung von Raumimpulsantworten ist es wichtig, den sich ergebenden Messfehler so klein wie möglich zu halten. Die IR ist zusammengesetzt aus $h_c(t) = h(t) + r(t)$, wobei $r(t)$ Rauschen ist. Rauschen kann durch Mittelung im Zeitbereich reduziert werden (Synchronisation, Phasenstarr). Der statistische Signalanteil nimmt mit $\frac{1}{\sqrt{\text{Anzahl der Mittelungen}}}$ ab. Bei jeder Vergrößerung der Anzahl der Perioden um 2, über die gemittelt werden soll, vergrößert sich der Störabstand um 3 dB mit Gleichung 4-8, wobei n_L die Anzahl der Perioden ist, über die gemittelt wird.

$$S/N = 10 \log[(2^{n_L} - 1)n_L] \quad \text{Gleichung 4-8}$$

An dieser Stelle sei auch noch auf die Messung der Raumimpulsantwort mit einem Kunstkopf mit oder ohne Korpus hingewiesen. Hier wird die Raumimpulsantwort vor dem Trommelfell einer Versuchsperson oder mit Hilfe eines Miniaturmikrofons im Ohrkanal eines Kunstkopfes berechnet bzw. gemessen. Vorteil einer solchen Messung ist, dass eine Impulsantwort mit entsprechender Filterung bezüglich der Schalleinfallrichtung aufgenommen wird [Fel1998]. Es stehen dann die gehörbezogenen Informationen zur Verfügung, so, als wenn sich ein Hörer an dieser Position im Raum befinden würde. Diese Messungen wurden noch nicht durchgeführt, da es in dieser Arbeit zunächst um die Modellierung des Raumes auf der Grundlage der monauralen Impulsantwort geht.

4.3 Messergebnisse

Nun werden unterschiedliche IR betrachtet. Ein wesentliches Unterscheidungsmerkmal ist die Raumgröße und die Absorption im Raum. Die IR teilt sich in drei Bereiche auf (Direktschall, erste Reflexionen, Nachhall). Aus der IR können auch auftretende Echos und Flatterechos (Laufzeiten), bedingt durch die Raumgeometrie, abgelesen werden.

Nach einer Zeit t trifft der Direktschall am Empfänger ein. Er ist der Schall, der ohne jede Berührung mit den Raumbegrenzungsflächen (Raumgeometrie) am Mikrofon eintrifft. Er hat den kürzesten Weg vom Sender zum Empfänger ($c = s/t$). Den Direktschall verwendet man zur Bestimmung des Frequenzbereichs von Lautsprechern. Diesen kann man mit Hilfe eines reflexionsarmen Raumes oder mit der indirekten Methode der Maximalfolgen bestimmen (Bedingung: die erste Reflexion soll möglichst spät nach dem Direktschall eintreffen).

Die ersten oder frühen Reflexionen sind die Reflexionen, die von den Raumbegrenzungsflächen (oder Gegenständen im Raum) reflektiert werden und am Empfängerort nach kurzer Zeit (5...50 ms, von der Größe des Raumes abhängig) eintreffen. Diese Reflexionen sind einfache Reflexionen, die ohne Überlagerung mit anderen Reflexionen auftreten. Die Pegel dieser Reflexionen sollten ca. 5...10 dB unter dem des

Direktschalls liegen. Überlagern sich bereits erste Reflexionen (Raumgeometrie), so können die Pegel auch größer als der entsprechende Direktschallpegel sein (vgl. IR Seminarraum Abbildungen 4-7 und 4-8). Tritt dieser Fall ein, bedarf er einer Untersuchung – auch bezüglich der Messung bzw. der Konfiguration des Messsystems. Frühe Reflexionen haben Einfluss auf den Klang. Sie werden meist in Wasserfalldiagrammen dargestellt, die Aussagen über Pegel, Zeit und Frequenz treffen. Da für die auftretenden, sehr komplexen Muster der ersten Reflexionen bisher kein mathematischer Zusammenhang erstellt wurde, werden sie meist psychoakustisch interpretiert.

Diese Art von Reflexionen und der Direktschall erlauben die geometrische Bestimmung der Sender-Empfänger-Anordnung im Raum, wenn keine Überlagerung von Reflexionen auftritt.

Der Nachhall schließt sich an die Reflexionen an, die wegen immer häufigerer Überlagerung immer dichter am Empfänger eintreffen.

Die IR und die Raumübertragungsfunktion (komplex) ergeben einander. Sie beschreiben den Raum im Zeit- und Frequenzbereich.

4.3.1 Messungen an der Technischen Universität Ilmenau (TUI)

Eine IR wurde in einem neu eingerichteten Studio an der TUI aufgenommen. Das Raumvolumen im Studio ist in leerem Zustand $V = 1467\text{m}^3$. Dieses Medienstudio ist in Holztafelbauweise errichtet worden. Für Studios gibt es Vorgaben hinsichtlich der Nachhallzeit, die trotz großen Raumvolumens klein sind (Abbildungen 4-3 und 4-4), um das Signal möglichst unverfälscht zu erhalten.. Um diese Vorgaben einzuhalten, mussten entsprechende schalldämmende und konstruktive Baumaßnahmen gegen Außengeräusche und Geräusche der Klimaanlage durchgeführt werden. Prinzipiell hängen die akustischen Anforderungen an ein Studio (Fernsehstudio) von seiner Zweckbestimmung ab.

Die mittlere Nachhallzeit wurde aus den Messungen nach DIN 52216 zu 0,96 s bestimmt. Sie liegt etwas höher als die Vorgabe für große Fernsehstudios mit 0,8 s. Dafür ist die Nachhallzeit relativ konstant über dem untersuchten Frequenzbereich. Die Messungen innerhalb des Studios wurden an verschiedenen Positionen entsprechend DIN EN ISO 3382 vorgenommen.

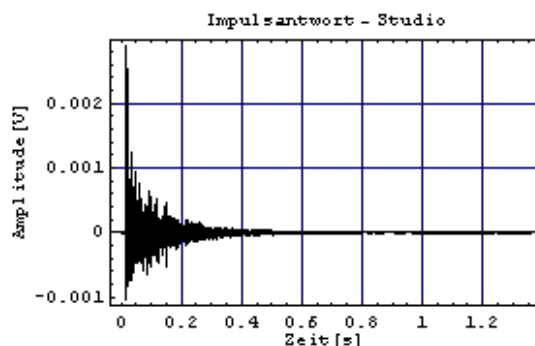


Abbildung 4-3 gemessene IR des Studios

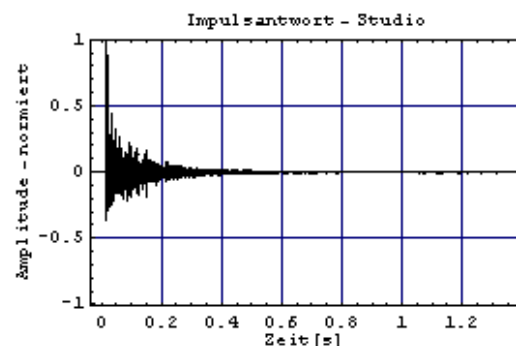


Abbildung 4-4 normierte IR des Studios

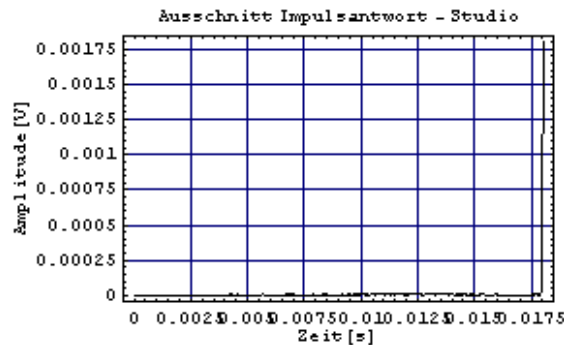


Abbildung 4-5 Eintreffen des Direktschalls

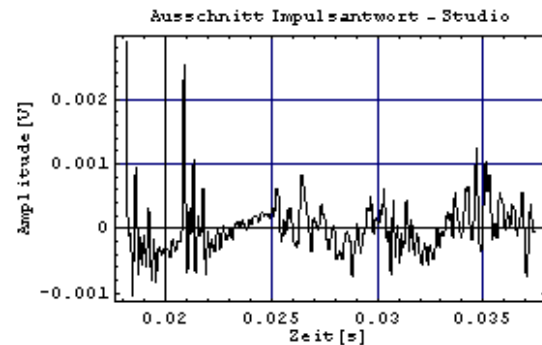


Abbildung 4-6 Eintreffen erster Reflexionen nach dem Direktschall

Die „Totzeit“ ist die Zeit, die das Signal braucht, um von der Quelle (Lautsprecher) zum Empfänger (Mikrofon) zu gelangen, also die Entfernung zwischen Kugelbox und Messmikrofon.

Bei großen Räumen ist es sinnvoll, gleich mit einer Maximalfolge hoher Ordnung ≥ 16 zu messen, um Timealiasing zu vermeiden bzw. die Abtastfrequenz verringern zu müssen (Gleichung 4-6).

Die „Totzeit“ in der Abbildung 4-5 beträgt 17,86 ms. Ebenfalls eindeutig sind der Direktschall und die ersten Reflexionen in der Abbildung 4-6, die deutlich hervortreten. Die erste Reflexion bei 22 ms ist eine vom Boden kommende Reflexion, da das Mikrofon dem Boden näher als der Decke und von den seitlichen Begrenzungen weit genug entfernt war.

Die Werte für D_{50} im Studio lagen nach entsprechender Oktavbandfilterung zwischen 46,7...70,7 %, für C_{50} zwischen 0,57...3,82 dB und für C_{80} zwischen 2,6...6,9 dB.

Der nächste Raum, in dem die IR gemessen wurde, ist ein Seminarraum an der TUI. Die akustischen Anforderungen an diesen Raum sind niedrig. Wichtig hier ist die Sprachverständlichkeit.

Dieser Raum hat ein Volumen von $V = 195 \text{ m}^3$. Weiter hat er eine sehr große Fensterfront auf der einen Längsseite, die andere Längsseite ist glatter Beton, der durch den Eingang (Holztür) unterbrochen wird. Eine Stirnseite ist ebenfalls eine Fensterfront und die gegenüberliegende Stirnseite eine Betonwand, an der die Tafel angebracht ist. Das Treppenhaus in diesem Gebäude besteht aus einer aufgehängenen, mit dem Gebäude gekoppelten Treppe, deren Verbindungen Stahlträger sind. Diese Konstruktion bringt bei großem Verkehr auf der Treppe Schwingungen auf das Gebäude. Diese Schwingungen können sich bis in den Seminarraum bemerkbar machen.

Die Nachhallzeit berechnet sich nach Gleichung 2-5 zu ca. 3 s, wobei die Absorptionsgrade über die Frequenz gemittelt waren und für die Flächen Näherungen angenommen wurden. Der Raum war zur Messung leer. In diesem Raum war eine Ordnung der Maximalfolge von 16 gerade ausreichend bei einer Abtastfrequenz von 48 kHz und $f_g = 12 \text{ kHz}$ (Gleichung 4-6). Entsprechend konnte dann die IR (Abbildungen 4-7 bis 4-10) gemessen werden.

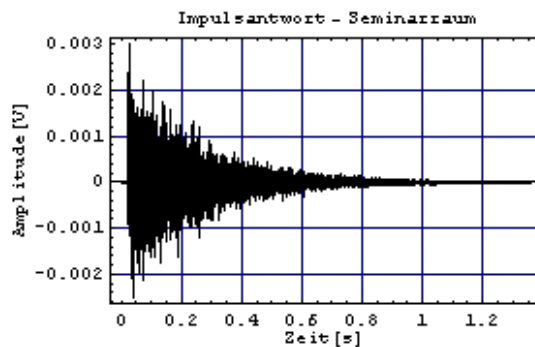


Abbildung 4-7 gemessene IR des Seminarraums

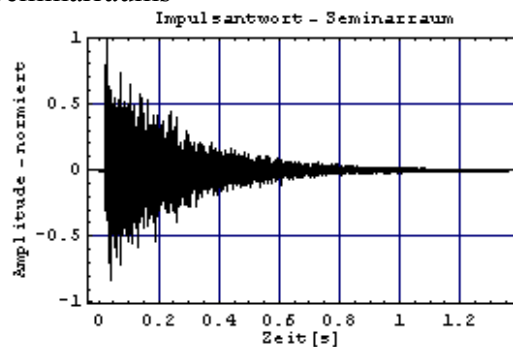


Abbildung 4-8 normierte IR des Seminarraums

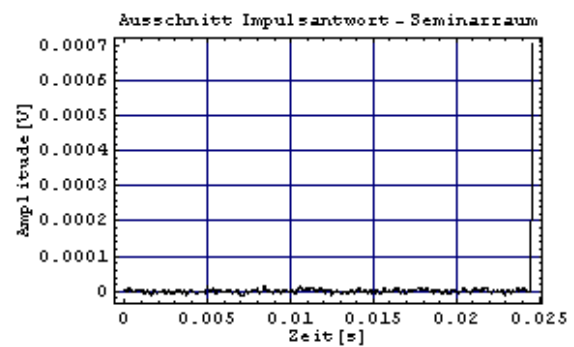


Abbildung 4-9 Eintreffen des Direktschalls

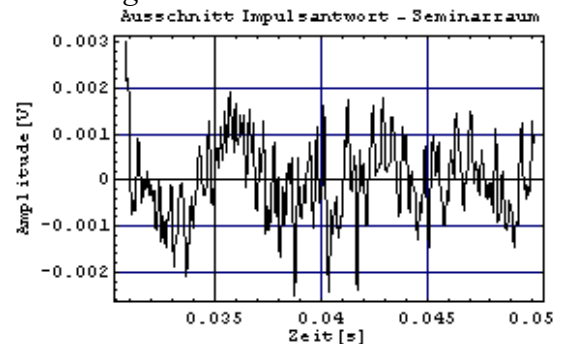


Abbildung 4-10 Eintreffen erster Reflexionen

Der Abstand zwischen der Quelle und dem Empfänger war größer, so dass die „Totzeit“ ca. 24 ms beträgt (Abbildung 4-9). Die tieffrequenten Störungen werden deutlicher, wenn die „Totzeit“ auf Grund der Raumgröße wächst und der Raum direkten Störungen (Treppenaufgang verkoppelt mit dem Bauwerk; Gebäude) unterliegt.

Die Werte für die im Seminarraum gemessene IR für D_{50} lagen nach entsprechender Oktavbandfilterung zwischen 35...54 %, für C_{50} zwischen -2,6...0,7 dB, das einer guten Verständlichkeit genügt.

Die Werte für C_{80} lagen nach entsprechender Oktavbandfilterung zwischen 0,18...2,8 dB, das einer hohen Durchsichtigkeit entspricht.

Wegen des vergrößerten Abstandes zwischen Quelle und Empfänger in Bezug zu den Raumausdehnungen, fand das Eintreffen der ersten Reflexionen wenige ms nach dem Direktschall statt (Raumgeometrie).

Der kleinste betrachtete Raum ist ein Sprecherraum an der TUI mit einem Volumen von $V = 95\text{m}^3$. Dieser Raum dient speziell Sprachdarbietungen für den Hörfunk. Es werden für einen solchen Raum hohe Anforderungen an die Raumruhe gestellt. Das Raumgeräusch soll bei Tonaufnahmen unter dem Geräusch von geräuscharmen Mikrofonen bleiben. Das gilt nicht für tiefe Frequenzen. Für die Beschaffenheit des Raumes (möbliert, große Fenster, stark absorbierende Wände) kann eine Nachhallzeit mit Gleichung 2-4 errechnet werden zu 0,22 s. Die kleine Nachhallzeit hat den Vorteil, dass das Signal kaum dem Einfluss des Raumes unterliegt. Die Messung der IR (Abbildungen 4-11 und 4-12) erfolgte an wenigen Positionen um die Quelle herum, da der Raum sehr klein ist. Hier wurden aber auch IR an extremen Positionen (Ecken, kurzer Wandabstand zum Mikrofon) aufgenommen. Am Sprecherplatz selbst wurde auch gemessen. Die Messungen in kleinen Räumen sind schwierig, da man immer darauf achten muss, nicht im Nahfeld des Lautsprechers zu messen und die

entsprechenden Abstände zu den Begrenzungsflächen nach DIN EN ISO 3382 einzuhalten. Es sei an dieser Stelle auf den Punkt in der ISO hingewiesen, der sich speziell mit Messungen in kleinen Räumen beschäftigt. Bei diesen Messungen erhält man eine Reihe von Abtastwerten zum Ende der IR hin betrachtet, die nahezu Null sind.

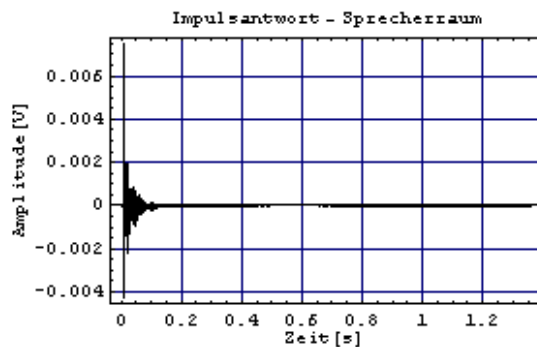


Abbildung 4-11 gemessene IR des Sprecherraumes

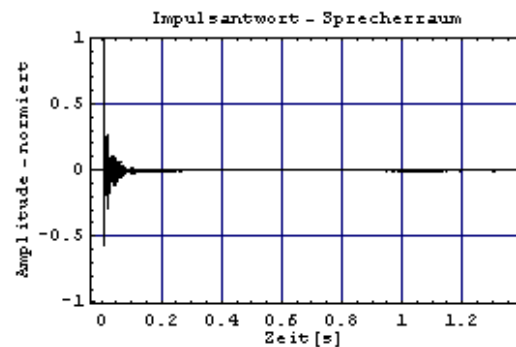


Abbildung 4-12 normierte IR des Sprecherraumes

Die „Totzeit“ für die IR, Abbildung 4-13, beträgt ca. 6,74 ms. Bei der Betrachtung der „Totzeit“ werden geringe tieffrequente Störungen des Signals sichtbar (Abbildung 4-13). Erste Reflexionen treffen zeitlich kurz nach dem Direktschall ein (kleiner Raum – Abbildung 4-14), eine weitere Reflexion dann bei ca. 8,5 ms usw. In kleinen Räumen liegen die charakteristischen Abschnitte (1...3) einer Raumimpulsantwort deutlich dichter beieinander, so dass der erste Abschnitt in einem Bereich von 0...5 ms, der zweite Abschnitt im Bereich von 5...10 ms und der dritte Abschnitt ab 10 ms zu erwarten ist.

Die Werte für die im Sprecherraum gemessene IR für D50 lagen nach entsprechender Oktavbandfilterung nach DIN EN ISO 3382 zwischen 92...99 %, für C_{50} zwischen 10...19 dB, und für C_{80} lagen die Werte zwischen 18...29 dB.

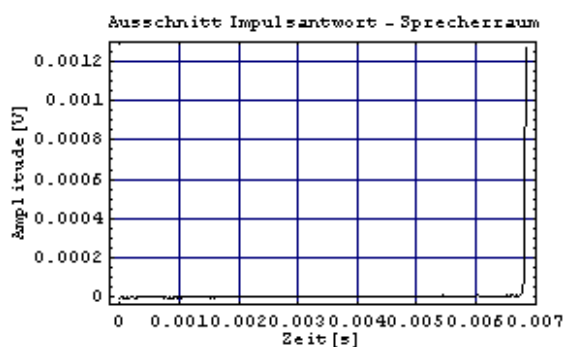


Abbildung 4-13 Ankunft des Direktschalls

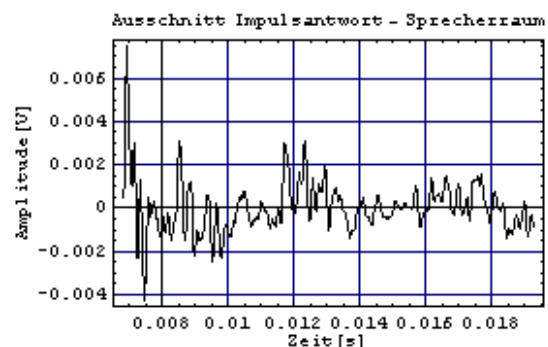


Abbildung 4-14 erste Reflexionen

4.3.2 Messungen an der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt (PTB)

Eine weitere Untersuchung von nicht selbst gemessenen Raumimpulsantworten wurde durchgeführt.

Zwei Raumimpulsantworten, aufgenommen im Bezugsraum der Physikalisch-Technischen-Bundesanstalt in Braunschweig (PTB), wurden zur Berechnung der Hörsamkeitsmaße untersucht. Dabei wurde einmal mit geschlossenen und einmal mit offenen Vorhängen

gemessen. Die Datenfiles haben den Namen S1R1_1_zu.wav (Abbildung 4-16) und S1R1_1_auf.wav (Abbildung 4-15). Dabei handelt es sich um monophone Wave-Dateien, die mit einer Abtastfrequenz von 44,1 kHz aufgenommen wurden (Testdatensatz von http://www.ptb.de/de/suche/_index.html).

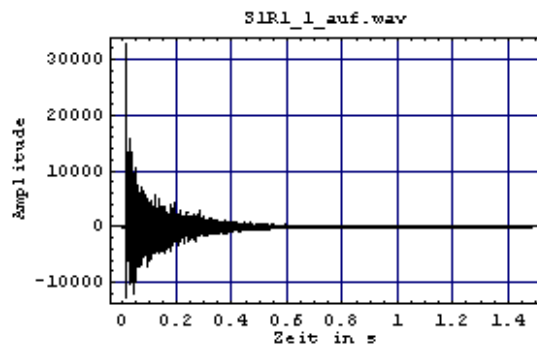


Abbildung 4-15 IR mit offenen Vorhängen

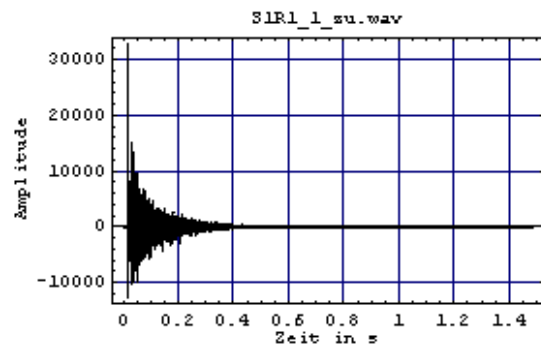


Abbildung 4-16 IR mit geschlossenen Vorhängen

Auch hier ist die IR in den Abbildungen 4-15 und 4-16 noch einmal graphisch dargestellt. Zu erkennen ist in den Abbildungen 4-15 und 4-16, dass die IR in der Abbildung 4-16 etwas gedämpfter vom Signal als die IR in der Abbildung 4-15 ist.

	S1R1_1_zu.wav	S1R1_1_auf.wav
Abtastzeit in s	0.0000226757	0.0000226757
Periodendauer in s nach dem Entfernen der „Totzeit“	1.47068	1.4707
Abstand Quelle-Empfänger in m	5.28871	5.28091
Anzahl der Abtastwerte der „Totzeit“	678	677
„Totzeit“ in s	0.0153741	0.0153515
Anz. der Abtastwerte bis zum Direktschallmaximum	683	682
Eintreffen des Direktschalls nach t in s	0.0154875	0.0154649
Anz. der Abtastwerte bis zum ersten Reflexionsmaximum	798	797
Zeit bis zur ersten großen Reflexion nach t in s	0.0180952	0.0180726
Anz. der Abtastwerte bis zum zweiten Reflexionsmaximum	1239	1238
Zeit bis zur zweiten großen Reflexion nach t in s	0.0280952	0.0280726

Tabelle 4-1 Vergleich zeitlicher Merkmale von IR

Aus der Tabelle 4-1 ist ersichtlich, dass die Messung an einer festen Position im Raum für beide Zustände durchgeführt wurde.

Die Berechnungen zu den Hörsamkeitsmaßen für die Mittenfrequenzen wurden durchgeführt entsprechend DIN EN ISO 3382 mit einem Bandpass-FIR-Filter, das mit 451 Filterkoeffizienten bestückt war.

Es wurden der Deutlichkeitsgrad (Deutlichkeitsgrad und Klarheitsmaß) nach Thiele (D_{50}), das Deutlichkeitsmaß nach Ahnert (C_{50}) und das Klarheitsmaß nach Abdel Alim (C_{80}) berechnet.

Die Ergebnisse wurden mit den Zahlen von der PTB in Tabelle 4-2 gegenübergestellt. Bei den von der PTB zur Verfügung gestellten Berechnungsergebnissen, war der Zustand des Raumes (mit geschlossenen oder offenen Vorhängen) nicht mit angegeben worden, um so die Berechnungsalgorithmen zu überprüfen.

C_{80} in dB	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
PTB	8,47	3,01	2,0	2,97	3,5	2,78
S1R1_1 zu	10,52	5,24	3,67	4,37	6,12	5,75
S1R1_1 auf	8,21	2,48	1,1	2,75	2,98	2,65
D_{50} in %	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
PTB	70,6	53,2	38,7	52,7	54,5	50,0
S1R1_1 zu	77,17	63,54	45,4	60,32	67,08	64,96
S1R1_1 auf	69,0	51,95	34,0	50,14	54,55	50,21
C_{50} in dB	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
S1R1_1 zu	5,29	2,41	-0,8	1,82	3,09	2,68
S1R1_1 auf	3,48	0,34	-2,88	0,02	0,8	0,04

Tabelle 4-2 Hörsamkeitsmaße

Die von der PTB übermittelten Werte korrelieren mit den Werten der IR aus dem Datensatz S1R1_1_auf.wav in der Tabelle 4-2. Die größte Abweichung trat bei jedem Maß im Vergleich zu den Zahlen der PTB bei 500 Hz auf. Vermutlich liegt die Ursache dafür in der Genauigkeit (Welligkeit) des Filters bei dieser Mittenfrequenz. Die Toleranzen, die durch die DIN EN ISO 3382 vorgegeben werden, wurden eingehalten (bezogen auf Tabelle 4-2 hinsichtlich der Richtwerte), so dass von der Richtigkeit der Berechnungsvorschriften ausgegangen werden kann.

Entsprechend den Werten für C_{80} besitzt der Bezugsraum der PTB bei geschlossenen oder offenen Vorhängen eine hohe Durchsichtigkeit. Sie ist etwas größer und besser bei geschlossenen Vorhängen. Bei offenen Vorhängen ist die Verständlichkeit gut. Das bestätigen auch die Prozentwerte für D_{50} wieder.

4.3.3 Messungen in einem kleinen Raum

Da kleine Räume beim Messen der Raumimpulsantwort problematisch sind (DIN EN ISO 3382 bzw. bei der Bestimmung des effektiven Absorptionsgrades), soll hier die Änderung der Impulsantwort an verschiedenen Messpunkten gezeigt und erörtert werden.

Ein kleiner Raum stand an der TU Ilmenau zur Verfügung (Sprecherraum im Oeconomicum). Nun ist es in einem kleinen Raum schwer, nach der DIN EN ISO 3382 zu messen. An dieser Stelle sollten aber Impulsantworten betrachtet werden, die im Raum verteilt aufgenommen wurden, obwohl nicht ISO-konform.

Unterschiedlich ist auf den ersten Blick bei feststehendem Sender der Abstand zwischen der Quelle und dem Empfänger. Die Impulsantworten sind nah an den Ecken des Raumes mit

unterschiedlicher Höhe des Mikrofons und des Senders aufgenommen worden. Auch die Gesamtform der aufgenommenen Impulsantworten zeigen deutliche Unterschiede. Ebenso die Amplituden der frühen Reflexionen. Jedoch ist der Abstand der eintreffenden frühen Reflexionen nach dem Direktschall teilweise sehr unterschiedlich.

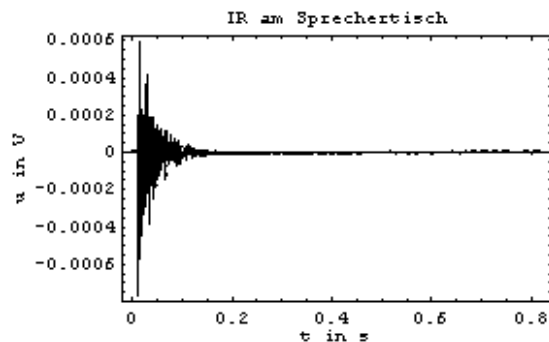


Abbildung 4-17 IR neben einem Tisch gemessen

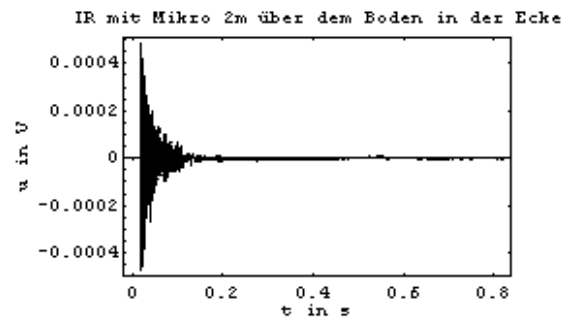


Abbildung 4-19 IR über Körperhöhe gemessen

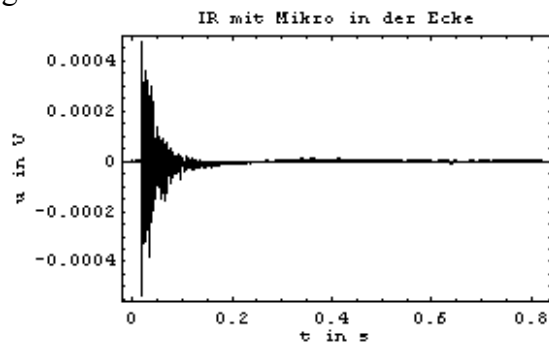


Abbildung 4-18 IR nahe einer Ecke im Raum gemessen

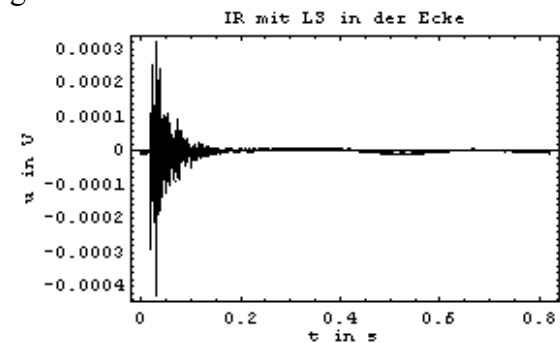


Abbildung 4-20 IR gemessen bei Position der Quelle in einer Ecke im Raum

An Hand der Abbildungen 4-17 bis 4-20 sieht man deutliche Abweichungen der Formen der Impulsantworten im Vergleich zu denen in den Abbildungen 4-11 und 4-12. In der Abbildung 4-17 ist ersichtlich, dass die Amplitude der frühen Reflexion auch über der Amplitude des Direktschalls liegen kann. Ebenso sind, trotz mehrfacher Messung, Schwebungen im Signal erkennbar. Besonders deutlich sieht man diese in Abbildung 4-20.

Bei der Betrachtung des weiteren Verlaufs des Signals in der Abb. 4-20 sieht man, dass einige Reflexionen in der Amplitude größer als der Direktschall sind.

Bei der Untersuchung dieser 4 Impulsantworten (Abbildungen 4-17 bis 4-20), soll neben den Hörsamkeitsmaßen auch Länge der IR, die die Information beinhaltet, betrachtet werden.

	Abstand Quelle – Empfänger in m	D_{50} in %	C_{50} in dB	C_{80} in dB
IR aus Abb. 4-17	4,296	(125 Hz)	(125 Hz)	(125 Hz)
		76.34	5.08	10.07
		(250 Hz)	(250 Hz)	(250 Hz)
		82.86	6.84	14.83
		(500 Hz)	(500 Hz)	(500 Hz)
		97.32	15.61	25.44
		(1000 Hz)	(1000 Hz)	(1000 Hz)
		97.16	15.34	23.55
		(2000 Hz)	(2000 Hz)	(2000 Hz)
IR aus	6,6	95.98	13.78	22.83
		(4000 Hz)	(4000 Hz)	(4000 Hz)
		98.65	18.63	27.63
		(125 Hz)	(125 Hz)	(125 Hz)

Abb. 4-18		70.41 (250 Hz) 90.83 (500 Hz) 98.6 (1000 Hz) 99.03 (2000 Hz) 97.66 (4000 Hz) 98.21	3.76 (250 Hz) 9.95 (500 Hz) 18.48 (1000 Hz) 20.09 (2000 Hz) 16.21 (4000 Hz) 17.40	6.94 (250 Hz) 15.06 (500 Hz) 27.38 (1000 Hz) 28.48 (2000 Hz) 25.48 (4000 Hz) 25.64
IR aus Abb. 4-19	5,875	(125 Hz) 72.48 (250 Hz) 86.76 (500 Hz) 96.55 (1000 Hz) 97.65 (2000 Hz) 98.14 (4000 Hz) 98.55	(125 Hz) 4.2 (250 Hz) 8.16 (500 Hz) 14.47 (1000 Hz) 16.19 (2000 Hz) 17.23 (4000 Hz) 18.34	(125 Hz) 8.69 (250 Hz) 15.26 (500 Hz) 23.83 (1000 Hz) 25.02 (2000 Hz) 26.88 (4000 Hz) 27.29
IR aus Abb. 4-20	6,125	(125 Hz) 72.88 (250 Hz) 90.35 (500 Hz) 92.38 (1000 Hz) 95.43 (2000 Hz) 94.85 (4000 Hz) 94.57	(125 Hz) 4.29 (250 Hz) 9.71 (500 Hz) 10.83 (1000 Hz) 13.19 (2000 Hz) 12.65 (4000 Hz) 12.41	(125 Hz) 7.85 (250 Hz) 14.38 (500 Hz) 20.45 (1000 Hz) 24.51 (2000 Hz) 21.41 (4000 Hz) 22.21

Tabelle 4-3 Merkmalszahlen zu den gemessenen IR

An Hand der Tabelle 4-3 wird deutlich, dass sich die Übertragungseigenschaften in einem kleinen Raum teilweise sehr unterscheiden. Das heißt, dass sich der gesamte Raum an unterschiedlichen Positionen und auch bei unterschiedlichen Sender-Empfänger-Anordnungen anders verhält bzw. sich anders anhört. Das ist zwar intuitiv klar, jedoch werden hier die Signale untersucht. An diesen Impulsantworten (Abbildungen 4-17 bis 4-20) und der Tabelle 4-3 wird das eben Geschilderte deutlich.

Für jede Raumimpulsantwort der Abbildungen 4-17 bis 4-20 zeigt sich die Aufteilung in drei Abschnitte (Direktschall, frühe und erste Reflexionen, Nachhall). Aber auch bei den in einem Raum gemessenen Raumimpulsantworten variieren die Übergänge zwischen den 3 Abschnitten. Das trifft auf Impulsantworten zu, bei denen die Messposition sehr weit auseinander liegt.

Das Verhalten an den Grenzflächen ist anders. Aus den aufgezeigten Resultaten ergibt sich, dass man sich streng an die Richtlinie für raumakustische Messungen zu halten hat, da es sonst zu Fehleinschätzungen kommen kann.

4.4 Anmerkungen zur Messung

In diesem Punkt geht es noch einmal um den Messaufbau (Abbildung 4-1), die daraus resultierenden Hinweise zu den Messungen, Verwendung unterschiedlicher Messsysteme und die Bearbeitung der Messdaten. Bei der Durchführung der Messungen konnten zwei

unterschiedliche Messsysteme verwendet werden. Damit war es auch möglich, einen Vergleich der Messergebnisse vorzunehmen [Köh2001].

4.4.1 Verwendung unterschiedlicher Messsysteme

Es wurde bei den jeweiligen Messungen mit einem geeichten Messsystem gearbeitet. Bei der Verwendung unterschiedlicher Messsysteme trat das Problem verschieden fest vorgegebener Abtastfrequenzen auf, so dass mit Abtastratenwandlung gearbeitet werden musste [Köh2001].

Bei der Konfiguration der Messsysteme zeigten sich weitere Unterschiede bei der Vorgabe der Ausgangsamplitude und bei der Zuordnung der Messwerte zum jeweiligen Zeitpunkt. Die Unterschiede resultieren aus der jeweiligen Hardwarerealisierung der Systeme. So kann bei dem einen Messsystem die Ausgangsamplitude direkt eingestellt werden, z. B. auf $\pm 1V$ oder $\pm 0,25V$. Nachweisen lässt sich diese Einstellung nur schwer, da eine ML-Sequenz über einen großen Frequenzbereich geht (weißes Rauschen). Das andere Messsystem dagegen ist fest voreingestellt auf zum Beispiel 1 FS am Ausgang des digitalen Generators. Dafür lässt sich der Ausgang des analogen Generators regeln, z.B. 1 Vpp.

Weiterhin ergaben sich Unterschiede bei der Zuordnung der Zeitpunkte zu den Abtastwerten. In dem einen Messsystem wird die Zuordnung der Messwerte entsprechend der Länge der MLS und der gewählten Abtastfrequenz (vom System vorgegeben 48,193 kHz) sowie der sich daraus ergebenden Länge der Aufzeichnung der IR automatisch vorgenommen.

Diese Einstellung ist beim anderen Messsystem frei einstellbar. So gibt das Messsystem bei einer Sequenz von 32767 Werten auf 680 ms eine Auflösung, den korrekten Sampleabstand, am Monitor aus ($t_a = 20,75\mu s$). Werden die Daten dann aber als Zahlenpaare abgelegt, so beträgt auf einmal der Sampleabstand $20,83333\mu s$. Dabei ist zu beachten, dass nur die Abtastwerte in den Arbeitsspeicher gelesen werden und bei der anschließenden Erstellung einer Datendatei die Samplewertabstände aus der gewählten Abtastfrequenz bestimmt werden (diese beträgt fest $f_a = 48,00 kHz$). Es muss also die tatsächliche Aufnahmedauer der IR mit der nachfolgenden Gleichung berechnet werden. Bei einer Abtastfrequenz $f_a = 48 kHz$ berechnet sich die Aufnahmedauer (Gleichung 4-6) zu beispielsweise

$$T_L = t_a * L = \frac{1}{48000 Hz} * 32767 = 0,6826458 s = 682,6458 ms.$$

Um mit diesem Messsystem eine längere IR bei gleichen Bedingungen aufnehmen zu können, muss die Abtastfrequenz verringert werden. Dabei ist die nächst kleinere Abtastfrequenz wieder fest vorgegeben mit 32 kHz. Die Aufnahmedauer für eine Maximalfolge der Ordnung 15 beträgt dann 1,024 s.

Nun lassen sich die unterschiedlichen Amplituden relativ einfach durch Normierung auf den Maximalwert der Messdaten anpassen. Die unterschiedlichen Abtastfrequenzen lassen sich aber nur durch eine Abtastratenwandlung ändern.

Geeignet für eine Abtastratenwandlung sind verschiedene Interpolationsverfahren [Köh2001].

Für kleine Abweichungen der Abtastfrequenz bei unterschiedlichen Messsystemen ist der daraus entstehende Unterschied bei den Messergebnissen (z.B. für C_{50} betrug der Unterschied 0,5 dB) vernachlässigbar.

Jedoch für größere Abtastratenunterschiede muss beispielsweise mit Interpolationsverfahren gearbeitet werden.

Aus der Totzeit im Signal der IR kann die mittlere Rauschleistung bestimmt werden zu

$$\bar{P}_N \approx \frac{1}{N_{\text{Totzeit}}} \sum_{n=0}^{N_{\text{Totzeit}}-1} h(n)^2. \text{ Dabei ist } N_{\text{Totzeit}} \text{ die Anzahl der Abtastwerte während der Totzeit.}$$

Aus der mittleren Rauschleistung lässt sich dann ein Wert für das S/N bestimmen (Anhang A Punkt 3.4.1).

Der Crest-Faktor ist das Verhältnis von Maximalwert zum Effektivwert des Summensignals. Dieser ist sehr klein bei der Übertragung der MLS. Dafür sind Module wie D/A- oder A/D - Wandler, als auch Audioverstärker nicht unbedingt ausgelegt. Für die binären Maximalfolgen sind der Spitzen- und der Effektivwert gleich groß. Außerdem haben diese Folgen im Spektralbereich eine konstante Energie. Für die Messung werden daher nur Komponenten eingesetzt, die über den gesamten Hörfrequenzbereich linear sind und eine hohe Dauerbelastbarkeit aufweisen.

4.4.2 Abgeleitete Darstellung aus der Raumimpulsantwort

Viele weitere Darstellungen und Gütemasse können aus dem Zeitbereich mit Hilfe der IR bestimmt werden.

So lassen sich verschiedene Informationen bzw. Darstellungen aus der IR zur akustischen Beschreibung des Raumes gewinnen - zum Beispiel die AFR (Anechoic Frequency Response), NBR (Near-field Bass Response), ETC (Energy-Time Curves), MTF (Modulation Transfer Function) etc. [Rif2001].

Neben diesen Darstellungen sind noch Berechnungen von weiteren raumakustischen Parametern möglich (vgl. Punkt 2.3).

4.5 Problembeschreibung

Werden Raumimpulsantworten in großen Räumen oder Hallen gemessen, so weisen die aufgenommenen IR Längen von bis zu einer Minute auf. An Hand solcher IR wurde untersucht, wie sich das zeitliche Eintreffen der Reflexionen auf den Hörer auswirkt. Dabei wurden unregelmäßige zeitliche Abschnitte gewählt und untersucht. So ist der erste betrachtete zeitliche Abschnitt von 0 ...10 ms. Die Reflexionen, die in dieser Zeitspanne eintreffen, verändern die Klangfarbe, und das Abbild der Schallquellen verbreitert oder verschiebt sich. Der zweite zeitliche Abschnitt überstreicht den Bereich von 10 ... 50 ms. Innerhalb dieser Zeitspanne soll ein nicht einhüllender Raumeindruck entstehen, wenn die Reflexionen nicht die Energie des Direktschalls überschreiten. Weiterhin kann die Lautheit erhöht und die Klangfarbe geändert werden. Nimmt man den darauffolgenden zeitlichen Abschnitt her, der von 50 ... 150 ms geht, so ist hier festzustellen, dass die Verständlichkeit sinkt. Ab 150 ms bis zum Beispiel 500 ms bilden die nun noch eintreffenden Reflexionen den sogenannten Hintergrundfluss.

Es hat sich herausgestellt, dass die Unterteilung der IR in Intervalle nicht willkürlich erfolgen kann. Klassisch [Cre1976] wurde eine Einteilung in 5 ms oder 10 ms bzw. 20 ms große Abschnitte gewählt. Eine dem menschlichen Ohr gemäße Unterteilung entspricht einem Intervall von 10 ms. Weiter wurde klassisch eine Unterteilung zum Zählen von Reflexionen gemacht, indem als Reflexion gezählt wurde, deren Pegel oberhalb -3 dB, -6 dB und -10 dB gegenüber dem mit 0 dB angenommenen Pegel des Direktschalls als Referenzpegel lag. Eine andere Möglichkeit ist die Unterteilung in den Abschnitt Direktschall (bis 10 ms), frühe Reflexionen (von 10 bis 50 ms) und Nachhall (von 50 ms bis zum Ende der aufgenommenen IR). Diese Abschnitte ändern sich aber mit der Raumgröße und Dämpfung. So ist die Einteilung im Sprecherraum der TUI eher anzugeben mit dem Direktschall (bis 5 ms), ersten Reflexionen (von 5 bis 10...20 ms) und Nachhall. Bei diesen Unterteilungen der IR in Abschnitte ist es notwendig, den Beginn des Nachhalls bestimmen zu können. Für den Rechteckraum [Cre1976] lässt sich das Anwachsen der Reflexionszahl mit dem Quadrat der seit Beginn des Sendevorgangs des Impulses verstrichenen Zeit berechnen zu

$$N_R = \frac{4\pi c^3}{V} t^2 \Delta t. \text{ Delta } t \text{ ist der betrachtete Zeitabschnitt bzw. das betrachtete Zeitintervall}$$

(z.B. angenommen 10 ms). Es wird von einer maximalen Anzahl von 20 Reflexionen im Zeitintervall 10 ms ausgegangen. Wird die Anzahl der Reflexionen größer, so setzt der

Nachhall ein. Damit berechnet sich die Einsatzzeit des Nachhalls mit $t_{stat.N_R} = \sqrt{\frac{V}{4\pi c^3} * \frac{N_R}{\Delta t}}$.

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, dass die Einsatzzeit des Nachhalls mit größer werdendem Volumen wächst.

Es ergibt sich das Problem, was als getrennte Reflexion betrachtet werden kann. Hinzu kommt, dass bei Räumen mit aufgerauten Wänden, die Anzahl der reflektierten Wellenanteile stark ansteigt.

Besser dagegen ist eine Unterteilung in Abschnitte der Nulldurchgänge, die dann entsprechend zusammengesetzt werden können. Der Vorteil liegt in der kleinen Intervallgröße (zeitliches Intervall), der Unabhängigkeit von der jeweilig gemessenen IR und in der Flexibilität (variable zeitliche Größe) der Intervalle, die bei jeder gemessenen IR eindeutig bestimmbar sind. Es entsteht kein Informationsverlust im Signal. Die Abschnitte der Nulldurchgänge können folgendermaßen zusammengesetzt sein; z. B. ein Abschnitt von einem Nulldurchgang zum darauffolgenden (Abbildung 4-21) Abschnitt, der vier Nulldurchgänge umfasst (Abbildung 4-22) usw. So erhält man entsprechend der Zusammensetzung der Abschnitte eine mehr oder minder große Anzahl an Ausschnitten der IR, die, wenn sie wieder zusammengesetzt werden, den vollständigen Signalverlauf ergeben. Betrachtet man die Abschnitte, so stellt man fest, dass es Unebenheiten im Abschnitt gibt, die zum Ende der IR zunehmen. Eine Möglichkeit für die Entstehung kann das Abtastintervall sein, welches in der Regel aber gewählt werden kann. Natürlich kann es umgekehrt sein, dass man mit einem zu kleinen Abtastintervall Signalanteile erhält, die für die IR nicht von Nutzen bzw. nicht mit dem menschlichen Ohr hörbar sind. Aus diesem Grund scheint es sinnvoll, eine Glättung (TP – Filterung) über die umgeformte IR oder die Abschnitte durchzuführen.

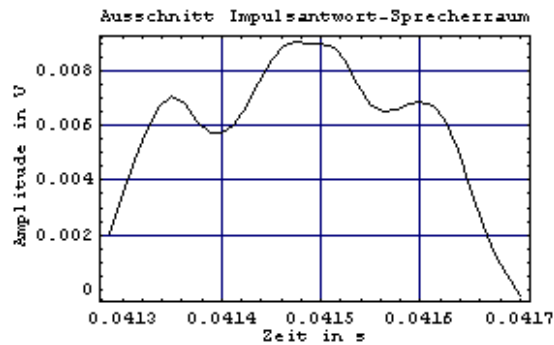


Abbildung 4-21 Abschnitt aus dem veränderten Signal der IR

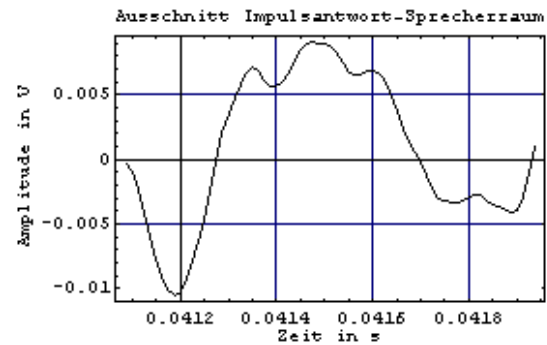


Abbildung 4-22 Anderer Abschnitt aus dem veränderten Signal der IR

Gerade bei der breitbandigen IR ist bei einer großen Abtastfrequenz ($f_a > 48 \dots 80 \dots 96 \text{ kHz}$) eine Glättung sinnvoll, da auch sehr viele kleine Amplitudenänderungen registriert werden.

Dabei erhebt sich die Frage, was man in der breitbandigen IR als eine eindeutige, vollständige Reflexion ansieht. Normalerweise eine einzelne vollständige Schwingung. Aber auch eine halbe Schwingung kann eine Reflexion darstellen. Um so eine Schwingung hervortreten zu lassen (vgl. Abbildung 4-21), kann ein Glättungsverfahren angewendet werden. Eine Möglichkeit der Glättung, ohne dabei Abtastwerte zu verlieren, ist die exponentielle Glättung [Sch1991] mit $y_{t+1} = y_t + a(y_{org_{t+1}} - y_t)$. Dabei ist y_t der geglättete Wert, a ist die Glättungskonstante und $y_{org_{t+1}}$ der folgende, nicht geglättete Wert der Beobachtungen. Die Glättungskonstante kann sich zur Glättung von Raumimpulsantworten zwischen 0,1...1 bewegen. Dabei bedeutet eine Glättungskonstante 0,1 eine sehr starke Glättung und 0,9 oder 1 eine schwache bis keine Glättung. Diese Konstante kann visuell bestimmt werden, indem das Signal immer wieder betrachtet wird. Aber auch mit $\sum_{t=m}^{N-1} (y_{org_{t+1}} - y_{t+1})^2 \stackrel{!}{=} \min$ ist die Glättungskonstante bestimmbar. Sinnvolle Werte für die Glättung der Raumimpulsantwort liegen zwischen 0,3...0,8. Natürlich gibt es noch andere Glättungsalgorithmen, wie zum Beispiel gleitender Mittelwert, gleitender Median oder lineare Filter [Sch1991],[Wol1999] u.a.

Hier sollen zunächst die Übertragungsfunktionen des exponentiellen Glättungsfilters (Abbildung 4-24) vorgestellt werden. An ihnen sind die Filterungseigenschaften deutlich ablesbar.

Dieses Filter stellt ein rekursives Filter mit Tiefpasscharakter dar. Die Stärke, mit der hohe Frequenzen bedämpft werden, hängt eindeutig vom Koeffizienten a ab. Problematisch bei der exponentiellen Glättung ist die Bestimmung des Koeffizienten a mit Hilfe von $\sum_{t=m}^{N-1} (y_{org_{t+1}} - y_{t+1})^2 \stackrel{!}{=} \min$. Prinzipiell funktioniert dieser Algorithmus. Würde man aber den Koeffizienten visuell bestimmen, käme man auf einen meist kleineren Wert für a .

Bei dieser Art der Glättung wird das gesamte Signal beeinflusst bzw. verändert.

Der in der Abbildung 4-22 (dazugehöriges Spektrum Abbildung 4-25) dargestellte Abschnitt der IR wurde exponentiell mit $a = 0,2$ geglättet. Das Ergebnis der exponentiellen Glättung ist in der Abbildung 4-23 (dazugehöriges Spektrum Abbildung 4-26) wiedergegeben.

Der prinzipielle Signalverlauf über der Zeit und das Zeitintervall bleiben erhalten. Der Schwingungsvorgang wird eindeutiger. Die Spitzen der Amplituden werden durch die Glättung kleiner.

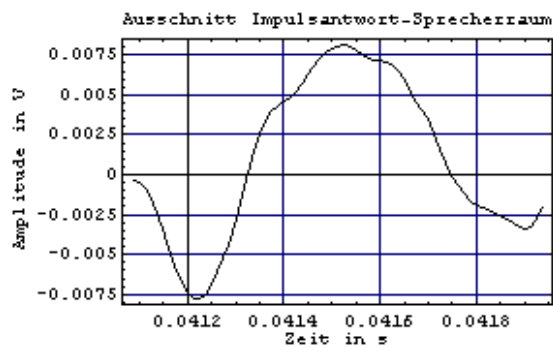


Abbildung 4-23 Exponentiell geglätteter Abschnitt aus Abbildung 4-22

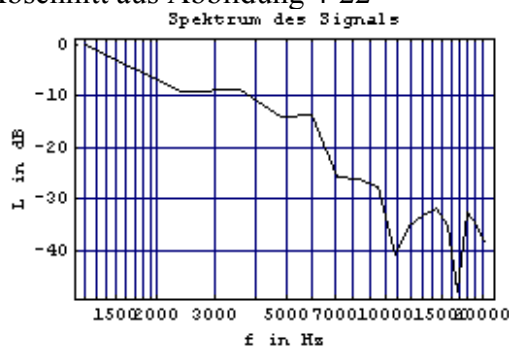


Abbildung 4-25 Spektrum von Abbildung 4-22

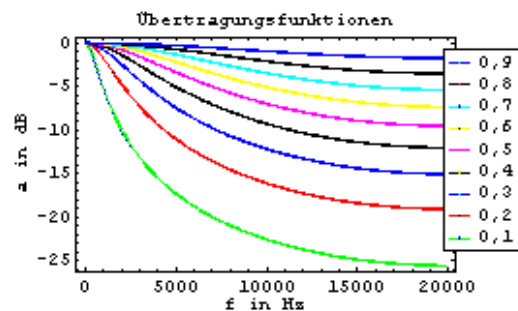


Abbildung 4-24 Übertragungsfunktionen exponentielles Filter

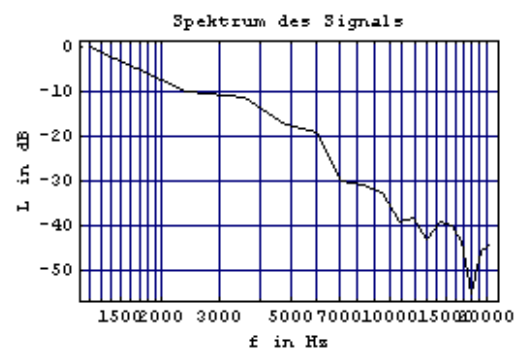


Abbildung 4-26 Spektrum von Abbildung 4-23

Besonderes Interesse existiert für IR kleiner oder stark absorbierender Räume (Studios). Im speziellen Fall die IR des Sprecherraums.

Aus der Abbildung 4-11 erkennt man, dass der Signalverlauf (bipolare IR) bereits nach 0,2 s abgeklungen ist und die nachfolgenden Werte nahezu Null sind. Außerdem besitzt diese IR auch Werte in der Totzeit, die ebenfalls nahe Null sind. Mit einem entsprechenden Algorithmus wird die Totzeit herausgerechnet, da sie keinen Beitrag außer einer Verzögerung liefert. Hier wird empirisch die Begrenzung bzw. das Ende der IR auf 1% der Amplitude des Direktschalls (globales Maximum) festgelegt.

Mit diesen Vorgehensweisen konnte für gemessene Räume die Anzahl der Abtastwerte z. B. von 65534 gemessenen Abtastwerten auf ca. 12000 deutlich reduziert werden. Diese Zahlen differieren bezüglich der Länge der MLS und damit verbunden der Größe des Raumes (Nachhallzeit) und der Messposition.

Die Spitzen der Signalverläufe (Abbildung 4-15) nehmen nicht einfach exponentiell ab. Theoretisch muss für jede Spitze, die in der IR hervortritt, eine Frequenzanalyse durchgeführt werden. Das heißt nichts anderes, als dass die einzelnen Dämpfungen frequenzabhängig sind. Die IR besteht somit aus mehreren zusammengesetzten exponentiell verschieden abklingenden Nachhallanteilen. Aus diesem Grund wird die Nachhallzeit frequenzabhängig bestimmt.

Um eine Autokorrelationsanalyse oder eine Frequenzanalyse durchführen zu können, muss der mittlere Dämpfungsverlauf der IR herausgerechnet werden. Mit Hilfe der Gleichung 4-9

(mittlerer quadratischer Fehler für Abschnitte) wird der Wert für die Dämpfung (Hüllkurve) ermittelt. Dabei ist n die Anzahl der Abtastwerte eines Abschnittes. Es wird in Gleichung 4-9 der Betrag der Differenzen der Spannungsquadrate der Abtastwerte zwischen zwei Abschnitten gebildet, wobei der Index k den letzten Abschnitt der Impulsantwort darstellt. E ist die maximale Anzahl der gebildeten Abschnitte. Alle diese Beträge werden summiert. Dabei wird für kleine Schritte die Dämpfung aus der Impulsantwort herausgerechnet – bis ein Minimum bei der Aufsummierung der Beträge entsteht. An der Stelle des Minimums ist der Wert für die beste mittlere Dämpfung erreicht. Variiert man die Abschnittsbreiten bei der Unterteilung der Impulsantwort, können mehrere Durchläufe gemacht werden. Dabei wird nach dem globalen Minimum gesucht [Köh2000].

$$\sum_{1 \leq j < k = E} \left| \frac{1}{n} \sum_i u_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_i u_{ik}^2 \right| = \min \quad \text{Gleichung 4-9}$$

4.6 Zeitreihenuntersuchungen an gemessenen Impulsantworten

Zeitreihen sind ganz allgemein Ansammlungen von Messwerten, die zu bestimmten Zeitpunkten aufgenommen wurden. Man kann also für eine aufgenommene, unnormierte IR schreiben $\{\{u_1, t_1\}, \{u_2, t_2\}, \dots, \{u_n, t_n\}, \dots, \{u_N, t_N\}\}$ oder $\{u_1, u_2, \dots, u_T\} = u_t$ mit $N \in G; T = Nt_a$. Damit stellt der Messdatensatz der IR eine zeitlich geordnete Abfolge mit f_a dar. Zeitreihenuntersuchungen dienen der Gewinnung von Informationen aus der Zeitreihe - der Erkennung von Linearitäten, Nichtlinearitäten, Regelmäßigkeiten, Abhängigkeiten und den Verlauf.

Bei großen Messreihen bzw. großen Zeitreihen (IR) ist es sinnvoll, die Gesamtheit dieser Zahlen zu charakterisieren. Dabei sollen Zahlenwerte gefunden werden, die spezielle Aussagen zu allen Daten erlauben. Allgemein wird dieses Vorgehen als beschreibende Statistik bezeichnet. Sie liefert Kennwerte zu einer Messreihe. Diese Kennwerte lassen sich in 2 Gruppen aufteilen. Zum einen in Mittelwerte, Kennwerte zur Lage der Verteilung auf der Abszisse und zum anderen in Streuungswerte. Tabelle 4-4 gibt einen Überblick über die Kennwerte der beschreibenden Statistik [Köh2003]. Darüber hinaus gibt noch weitere statistische Tests (Test auf Korrelation etc.) zur Untersuchung der Zeitreihe.

Mittelwerte	Streuungswerte
Arithmetisches Mittel \bar{u}	Variationsweite
Median	Durchschnittliche Abweichung
Modalwert	Varianz s^2
Geometrisches Mittel	Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$
Wurzel aus dem quadratischen Mittel (RMS)	
Harmonisches Mittel	

Tabelle 4-4 Überblick zu statistischen Kennwerten

Der arithmetische Mittelwert von Messwerten ist deren Summe, geteilt durch ihre Anzahl. So berechnet, spricht man von dem direkten Verfahren. Der arithmetische Mittelwert kann auch mit Gleichung 4-10 bestimmt werden, falls Messwerte mehr als einmal in der Messwertreihe vorkommen.

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i u_i \quad \text{Gleichung 4-10}$$

Der Mittelwert gibt also an, um welchen Wert die Messwerte durchschnittlich schwanken. Für die gemessene IR, mit zum Beispiel 32767 Werten, beträgt der arithmetische Mittelwert $-1,57 \cdot 10^{-8} \approx 0$. Rechnet man den Mittelwert aus der Messwertreihe heraus, so wird die Messwertreihe zentriert. Ist der arithmetische Mittelwert wie in diesem Fall für die IR sehr klein, so muss keine Zentrierung der Daten vorgenommen werden.

Zur weiteren Prüfung kann auch die Gleichung $\sum_i (u_i - \bar{u}) \approx 0$ herangezogen werden. Die Summe der Abweichungsquadrate ist für den Mittelwert ein Minimum. Bei entsprechender graphischer Darstellung können große Abweichungen zu einem gewissen Zeitpunkt festgestellt werden.

Der Modalwert ist der häufigste Wert in der vorgegebenen Zeitreihe. Einen solchen Wert gibt es bei der gemessenen, unnormierten IR nicht, da alle Werte die Häufigkeit 1 haben.

Mit den extremen Werten der Messwertreihe lässt sich die Variationsweite bestimmen zu $v = u_{\max} - u_{\min}$. Die Variationsweite ist nur für kleine Stichproben sinnvoll, da große Datenmengen unzuverlässige Werte für die Streuung liefern.

Besser als die Variationsweite sind die Kennwerte der Streuung, die den Abstand jeder einzelnen Messung vom Mittelwert zugrunde legen. Der Abstand $(u_i - \bar{u})$ ist für extreme Messwerte groß; für denjenigen, der das arithmetische Mittel bildet, nimmt er den Wert Null an. Je dichter die Messwerte um den Mittelwert liegen, um so kleiner werden die Abweichungsbeträge. Die Summe aller dieser Abweichungen kann als Streuungsmaß angesehen werden. Da aber $\sum_i (u_i - \bar{u}) = 0$ ist, verwendet man besser $\sum_i |(u_i - \bar{u})| \neq 0$, d.h. es werden die Abweichungen, unabhängig von ihrem Vorzeichen, betrachtet. Eine andere Möglichkeit ist die Quadrierung mit $\sum_i (u_i - \bar{u})^2 \neq 0$.

Entsprechend dieser beiden Möglichkeiten erhält man die durchschnittliche Abweichung oder die Varianz bzw. die Standardabweichung. Die Varianz und die Standardabweichung werden von zufälligen Extremwerten der Messwertreihe kaum beeinflusst. Sie hängen von allen Messwerten ab. Für die Bestimmung der Varianz gibt es einige Varianten an Formeln [Cla1971], je nachdem, ob eine große oder kleine Messwertreihe untersucht werden soll.

Untersucht werden kann die Streuung für verschiedene Messwertreihen, um festzustellen, ob dasselbe Merkmal für eine andere Messwertreihe mehr streut.

Diese Untersuchung kann für verschiedene gemessene IR an einer festen Position (Tabelle 4-1) und für unterschiedliche Positionen (Tabelle 4-3) durchgeführt werden [Köh2003]. Werden die Streuungen verglichen, dann kann der Streuungswert in Prozenten des arithmetischen

Mittels angegeben werden. Dafür wird hier der Variabilitätskoeffizient V mit $V = \frac{100s^2}{\bar{u}}$ in % eingeführt. Es bietet sich hier an Stelle der Verwendung von Gleichung 4-10 besser die Gleichung 4-11 an.

$$\bar{u}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i u_i^2} \quad \text{Gleichung 4-11}$$

So vermeidet man eine Betragsbildung bei Variabilitätskoeffizienten und erreicht eine bessere Vergleichbarkeit [Köh2003].

Zur Befreiung der Zeitreihen von „Rauschen“ werden unterschiedliche Glättungsverfahren eingesetzt. Das ist sinnvoll, wenn zum Beispiel bei der gemessenen IR mit Abtastfrequenzen größer 48 kHz gearbeitet wird und im Signal Frequenzen im nichthörbaren Bereich vorhanden sind. Ein Verfahren wurde schon in Punkt 4.5 vorgestellt. Ein weiteres Verfahren ist der gleitende Durchschnitt (Moving Average). Dabei wird der Durchschnitt über mehrere Werte gebildet. Der gleitende Durchschnitt kann als gewichtete Summe über eine bestimmte Anzahl von Werten aufgefasst werden (Gleichung 4-12). Sind alle Gewichte c_j in der Gleichung 4-12 gleich, so spricht man von einem einfachen gleitenden Durchschnitt. Gleichung 4-12 ist in der Nähe der Ränder der Zeitreihe nicht definiert. Bei großen Zeitreihen fällt das nicht weiter auf.

$$u(i-1)_{MA} = \sum_{j=0}^{r-1} c_j u_{i-j}, \quad i = r, r+1, \dots, N \quad \text{Gleichung 4-12}$$

Beide Glättungsverfahren können gut auf die gemessenen IR angewendet werden. Für eine weitere Betrachtung sei auf [Pan2000] verwiesen. Schon durch die Glättung der Zeitreihe entstehen Residuen.

Eine weitere Möglichkeit, die Zeitreihe zu glätten, ist die Verwendung der nichtlinearen Regression zum Auffinden einer stetigen Funktion. An der Stelle sei auf Punkt 5 verwiesen.

Als Arten der Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Werten gibt es die Korrelation und die Regression. Die Korrelation beschreibt dabei den Zusammenhang zwischen zwei Variablen, und die Regression schätzt den Wert der Variablen. Bei der Korrelation wird der Zusammenhang zwischen zwei Werten geprüft. Korrelative Zusammenhänge unterscheiden sich von funktionalen Zusammenhängen derart, dass bei einem funktionalen Zusammenhang eine analytische Beschreibungsgleichung (Punkt 5) den Zusammenhang umkehrbar eindeutig beschreibt.

Eine weitere Untersuchung gilt der Korrelation zwischen verschiedenen IR. Dafür wurde die IR an verschiedenen Positionen aufgenommen. Die Variation der Positionen des Empfängers bewegte sich um einen festen Punkt des Senders im Raum. Für diese Art der Korrelationsuntersuchung wurden das Studio und der Sprecherraum an der TUI ausgewählt, da der Sprecherraum vom Volumen her der kleinste und das Studio der größte Raum ist. Es wurden 5 verschiedene IR aufgenommen, bei denen das Maß der Korrelation mit r beschrieben wird. Dabei wird die einfache lineare Korrelation mit r nach Bravais und Pearson verwendet. Damit kann der Grad der Intensität des Zusammenhangs zwischen zwei IR dargestellt werden. Für die Formel zur Bestimmung des Korrelationskoeffizienten r gibt es

verschiedene Realisierungen. Hier wurde die Formel aus [Wol1999] verwendet. Liegt der Wert für r nahe Null, besteht kein Zusammenhang zwischen den verschiedenen gemessenen IR. Auch wenn der Korrelationskoeffizient r nahe Null liegt, so kann eine nichtlineare Beziehung zwischen den IR vorliegen. Es wird in einem solchen Fall nur nachgewiesen, dass keine lineare Korrelation vorliegt. Von den 5 unterschiedlichen IR werden alle möglichen Kombinationen gebildet und anschließend zu jeder Kombination (Kronecker Produkt) der Korrelationskoeffizient bestimmt. Dabei gilt als Prüfkriterium die Korrelation mit ein und derselben IR, wobei der Korrelationskoeffizient 1 sein muss. Außerdem sind erst damit alle Kombinationen abgedeckt.

Für die an verschiedenen Stellen im Studio gemessenen IR liegt kein linearer Zusammenhang vor. In diesem Fall muss diese Untersuchung auf eine größere Anzahl von Messungen ausgedehnt werden. Der mittlere Korrelationskoeffizient für alle Anordnungen liegt für dieses Beispiel bei $r = 0,246$ [Köh2003].

In einem kleinen Raum werden alle eintreffenden frühen Reflexionen zeitlich ähnlich eintreffen (Raumgeometrie). Beim Korrelationskoeffizientenvergleich für die gemessenen IR im Sprecherraum stellt sich heraus, dass einige sehr gut korrelieren, andere weniger gut. Der mittlere Korrelationskoeffizient lag bei 0,58.

Abschließend werden IR korreliert, die an einer festen Position gemessen wurden. Zu erwarten ist dann ein r – Wert von 1, egal für welche Anordnung. Das wird auch annähernd erreicht [Köh2003].

Neben dem Korrelationskoeffizienten soll nun auch die Korrelationsfunktion (KKF) zwischen zwei Signalen betrachtet werden. Allgemein schreibt man für die KKF Gleichung 4-13.

$$\Phi_{a,b}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)b(\tau + t)dt. \quad \text{Gleichung 4-13}$$

Dabei wird die Ähnlichkeit der beiden Signale beschrieben. Ist die Nyquistbedingung für die Signale $a(t)$ und $b(t)$ erfüllt, dann gilt für diskrete Signale Gleichung 4-14.

$$\Phi_{a,b}(n) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N a(k)b(k+n) \quad \text{Gleichung 4-14}$$

Da meist eine begrenzte Anzahl an Abtastwerten vorliegt, erhält man als Schätzwert Gleichung 4-15.

$$\Phi_{a,b}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a(k)b(k+n) \quad \text{Gleichung 4-15}$$

Nun kann die KKF für zwei unterschiedliche IR entsprechend der Gleichung 4-15 berechnet werden. Es herrscht an der Stelle die größte Ähnlichkeit zwischen beiden Signalen, bei denen der Koeffizient den größten Wert aufweist. Wird die KKF nicht mit $1/N$ normiert, sondern mit dem Koeffizienten an der Stelle Null, erhält man dann die Abbildung 4-27 (Korrelogramm). Bei dieser Art der Normierung erreicht man eine bessere Vergleichbarkeit der KKF für mehrere gemessene IR, die kreuzkorreliert werden. Die KKF soll mit ausreichend Stützstellen berechnet werden. Meist wird so weit berechnet, bis sie in einen schmalen Bereich um die

Nulllinie kommt. Dieser Bereich ist mit 6000 Stützstellen für die in der Abbildung 4-27 dargestellten KKF erreicht.

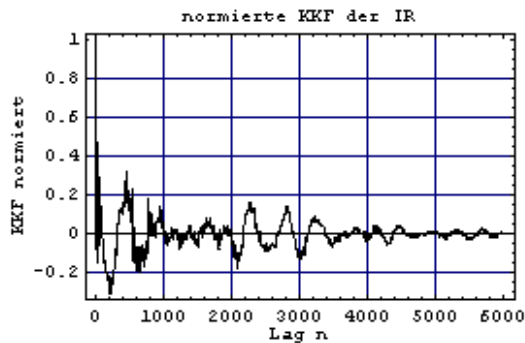


Abbildung 4-27 normierte KKF von IR (Sprecherraum)

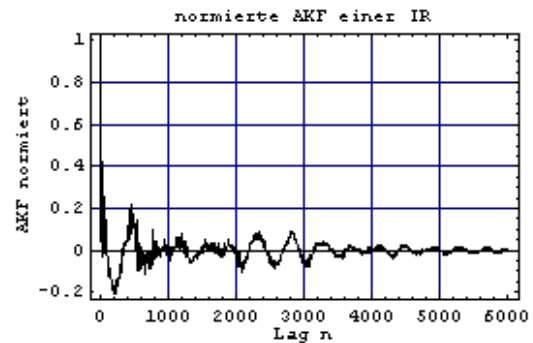


Abbildung 4-28 normierte AKF einer IR (Sprecherraum)

Die Korrelation der Messdaten mit sich selbst bezeichnet man als Autokorrelation. Die Gleichung lautet dann

$$\Phi_{a,a}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a(k)a(k+n)$$

Gleichung 4-16

Dabei erhält man eine Aussage über den Zerfall zwischen den Paaren der Messreihe bzw. man erhält eine Aussage, wie stark ein Messwert von seinem Vorgänger und Nachfolger abhängt. D.h. für den ersten Wert bzw. Koeffizienten der AKF, dass dieser zu 100 % von sich selbst abhängt. Gibt es keine Korrelation zwischen den Messwertpaaren einer Messreihe, dann fallen die Werte der AKF sehr schnell ab. Das bedeutet zum Beispiel für weißes Rauschen, dass alle Werte Null sind bis auf den ersten ermittelten Koeffizienten. In der Abbildung 4-28 ist eine AKF für eine IR dargestellt. Es ist die Schnelligkeit der Veränderungen im Signal aufgezeigt. Die AKF wurde wie die KKF in der Abbildung 4-27 mit 6000 Stützstellen berechnet.

5 Approximationen für Impulsantworten

Ausgangspunkt ist ein zeit- und wertdiskreter Datensatz. Es ist dabei von Nutzen, dass die Abtastzeit des beobachteten Prozesses bekannt ist. Was nicht bekannt ist, ist das mathematische Modell, welches eine kontinuierliche Beschreibung des Prozesses geben soll. Mit einem mathematischen Modell soll das LTI - System zunächst für einen Punkt im Raum beschrieben werden. Damit besteht dann jeder Zeit die Möglichkeit, den Prozess zeitkontinuierlich oder zeitdiskret zu betrachten.

Bei der Regression sollen die statistischen und funktionalen Abhängigkeiten erfasst werden. Verfahren der nichtlinearen Regression werden eingesetzt, um zu einer analogen Funktion bzw. einem Modell zu kommen. Für die nichtlineare Regression wird das Verfahren von Levenberg und Marquardt verwendet [Fle1987].

Zwischen unterschiedlichen Modellen wird dann das Modell gewählt, das zur Realisierung bzw. Umsetzung als digitales Filter mit wenigen Koeffizienten, bezüglich der IR selbst (FIR – Filter), geeignet ist.

5.1 Modellgleichungen und Voruntersuchungen für die Approximation

Für die Messreihen liegt zunächst kein direkter funktionaler Zusammenhang vor. Man kann eher von einem stochastischem Zusammenhang zwischen Zeit und gemessener Spannung oder gemessenem Pegel sprechen.

Eine Modellgleichung erhält man durch Überlegung, wenn man sich die gemessene IR in der Abbildungen 4-3 bis 4-20 betrachtet. Dabei denkt man sich das Signal, zum Beispiel aus überlagerten, phasenverschobenen Sinusschwingungen gebildet, die exponentiell abklingen. Es ist also eine Modellgleichung aus vielen einfachen gedämpften Schwingungen (Gleichung 5-1), die die gemessene IR approximieren soll. Eine weitere Möglichkeit ist in [Sch1994] zu finden.

$$h(t) = \sum_n a_n e^{-b_n t} \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) \quad \text{für } t, n \geq 0 \quad \text{Gleichung 5-1}$$

Allgemein setzt sich die IR vollständig aus unendlich vielen, überlagerten Funktionen in der Gleichung 5-1 und einem Störterm ε_i zusammen. Das nichtlineare Modell lautet dann

$$h(t) = \sum_n a_n e^{-b_n t} \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) + \varepsilon_n. \text{ Dabei ist der Parameter } a_n \text{ die Amplitude der jeweiligen}$$

Schwingung, b_n die Dämpfung, f_n die Frequenz und φ_n der Phasenwinkel. Innerhalb der Spannweite der Beobachtungen oder innerhalb des Zeitintervalls der aufgenommenen IR soll Gleichung 5-1 eine gute Approximation an die wahren Werte ergeben. Die ε_n sind unabhängig verteilte Störungen. Alle Parameter hängen zusätzlich von der Position im Raum ab. Wenn die Position im Raum verändert wird, dann werden andere Parameterwerte in die Gleichung 5-1 eingesetzt. Die allgemeine Gleichung 5-1 ist mit der Bestimmung der Parameter nur für die eine Position im Raum definiert. Besonders schwierig bei Gleichung 5-1 ist die Bestimmung jeder einzelnen Dämpfung für quasi jeden Übertragungsweg im Raum bei geometrischer Vorstellung der Ausbreitung.

Denkbar wäre auch eine Überlagerung von Sinusfunktionen, die durch eine Exponentialfunktion bedämpft werden. Das würde der mittleren Dämpfung der IR mit Gleichung 4-9 entsprechen. Damit ändert sich Gleichung 5-1 zu 5-2.

$$h(t) = e^{-bt} \sum_n a_n \sin(2\pi f_n t + \varphi_n) \quad \text{für } t, n \geq 0 \quad \text{Gleichung 5-2}$$

Eine weitere allgemeine Gleichung 5-3 leitet sich aus der mehrfachen Überlagerung der Form einer normierten gedämpften Schwingung ab.

$$h(t) = \sum_n \frac{a_n}{\sqrt{1-b_n}} e^{-c_n t} \sin(\sqrt{1-d_n} 2\pi f_n t + \varphi_n) \quad \text{für } t, n \geq 0 \quad \text{Gleichung 5-3}$$

Hier stellt der erste Term nach dem Summenzeichen in Gleichung 5-3 die Amplitude dar, wobei mit $\frac{1}{\sqrt{1-b_n}}$ oder $\sqrt{1-d_n}$ eine Feinabstimmung erreicht werden soll. Nachteil dieser Gleichung ist die damit verbundene Vergrößerung der Anzahl der Parameter. Das führt meist zu einer Vergrößerung der Anzahl der Iterationsschritte bei der Durchführung der nichtlinearen Regression. Außerdem ist es schwierig, für $\frac{1}{\sqrt{1-b_n}}$ oder $\sqrt{1-d_n}$ entsprechende Startwerte zu finden, so dass diese mit einem kleinen Wert, zum Beispiel 0,1 oder Null, vorgegeben werden können. Auch diese Vorgabe führt meist zu einer längeren Berechnungszeit, da die Startwerte nicht optimal sind.

Mit der Gleichung 5-4 benutzt man die si-Funktion, da ihre Form bzw. deren Überlagerungen eher die Erfassung des Direktschalls im Modell ermöglicht. Die Position bzw. der genaue Zeitpunkt des Direktschallmaximums muss bekannt sein. Dann ist dieser Wert quasi der Startzeitpunkt.

$$h(t) = \sum_n a_n \text{si}(2\pi f_n t + \varphi_n) \quad t, n > 0 \quad \text{Gleichung 5-4}$$

Zu beachten ist dabei, dass man nicht beim Wert Null starten kann. Da die si – Funktion eine zusammengesetzte Funktion ist, vergrößert sich auch hier die Anzahl der Parameter. Allerdings sind die Startwerte, die dafür verwendet werden, gleich der von Gleichung 5-2, wenn für Gleichung 5-2 die mittlere Dämpfung zuvor bestimmt wurde.

Eine andere Herangehensweise zur Bestimmung einer geeigneten Modellgleichung ist die Betrachtung der Frequenzanalyse. Zur Lösung setzte Fourier trigonometrische Reihen ein – die Fourierreihe. Sie ist gegeben durch $\frac{c}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \{a_m \cos(mx) + b_m \sin(mx)\}$. In dieser Form stellt die Fourierreihe eine Überlagerung unendlich vieler Sinus- und Kosinusschwingungen dar. Die Theorie der Fourierreihe basiert darauf, dass jede beliebige periodische Funktion als eine Reihe von Sinus- und Kosinusfunktionen zerlegt werden kann. Oft reichen aber auch Partialsummen zur Beschreibung der gesuchten Funktion aus, so dass die trigonometrische Fourierreihe [Hüt1994] auch geschrieben werden kann als:

$$h(t) = \frac{c}{2} + \sum_{m=1}^N \{a_m \cos(\omega_m t) + b_m \sin(\omega_m t)\} \quad \text{Gleichung 5-5}$$

Gleichung 5-5 dient auch als Modellgleichung, wobei die Koeffizienten a_m und b_m entsprechend gewählt werden müssen. Die beiden Schwingungen sind in einer Summe zusammengefasst, da für eine feste Frequenz nur diese beiden Funktionen mit der entsprechenden Periode $T = 2\pi/f$ verknüpft sind. Damit repräsentieren diese beiden Funktionen den Signalanteil zur festen Frequenz, der zum Beispiel in $h(t)$ enthalten ist. Gleichung 5-5 ist für $N < \infty$ eine Partialsumme. In ihr befinden sich in geschweiften Klammern zwei trigonometrische Funktionen. Zusammen stellen sie eine goniometrische Gleichung mit zwei trigonometrischen Funktionen dar, die mit Hilfe von Additionstheoremen [Bro1979] in eine goniometrische Gleichung mit nur einer trigonometrischen Funktion überführt werden kann. Mit einer solchen Umrechnung erhält man dann auch eine neue Modellgleichung (Gleichung 5-7) mit weniger Parametern, das zu einer schnelleren Bestimmung der Regressionsparameter bzw. Modellgleichung führen kann.

$$h(t) = \frac{c}{2} + \sum_{m=1}^N \{a_m \cos(\omega_m t) + b_m \sin(\omega_m t)\}$$

mit

$$C_m = \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \text{ und } \tan \phi_m = \frac{a_m}{b_m}$$

erhält man

$$h(t) = \frac{c}{2} + \sum_{m=1}^N \{C_m \sin(\omega_m t + \phi_m)\} \quad \text{Gleichung 5-6}$$

Mit der neuen Modellgleichung (Gleichung 5-6) ist ersichtlich, dass nun $h(t)$ aus der Überlagerung vieler phasenverschobener Sinusschwingungen zusammengesetzt werden kann, ähnlich wie Gleichung 5-3 oder 5-4. In der Gleichung 5-7 ist C die Amplitude und ϕ der Phasenwinkel. Damit wird eine Zerlegung des Zeitsignals in feste Frequenzen erreicht, bzw. es wird versucht, das Zeitsignal mit Hilfe von Gleichung 5-7 für feste Frequenzen zu approximieren. Bei der Betrachtung von Gleichung 5-7 stellt man fest, dass die einzelne trigonometrische Funktion mit Parametern versehen ist. Jedoch kann durch eine andere Schreibweise eine weitere Modellgleichung (Gleichung 5-8) gefunden werden, die alle Parameter einer solchen trigonometrischen Funktion enthält. Damit erhält die Winkelfunktion alle Freiheitsgrade.

Es sei

$$f(t) = a \sin(bt + c) + d = a \sin b \left(t + \frac{c}{b} \right) + d$$

dann erhält man

$$h(t) = \sum_{m=1}^N \{C_m \sin \omega_m (t + \phi_m / \omega_m) + D_m\} \quad \text{Gleichung 5-7}$$

Die Parameter in Gleichung 5-7 sollen nun noch kurz beschrieben werden. Die Amplitude wird durch a bzw. C_m verändert. Der Parameter d bzw. D_m bewirkt eine Verschiebung entlang der Ordinate und c bzw. ϕ_m entlang der Abszisse. Eine Stauchung oder Streckung der Funktion wird mit b bzw. ω_m bewirkt, also eine Änderung der Periode.

Für die Modellgleichungen 5-5 ... 5-7 muss die mittlere Dämpfung der IR mit Gleichung 4-9 bestimmt und herausgerechnet werden.

Diese Modellgleichungen 5-3...5-7 beziehen sich auf die gewonnenen Messdaten im Zeitbereich als bipolare Darstellung und sind nicht linear. Sie sind nur im Hinblick auf ihre Koeffizienten bzw. Parameter linear. Eine Ausnahme bildet die Modellgleichung 5-4, da bei ihr auch die Koeffizienten (Wurzel) nicht linear sind.

Für die Approximation kann auch eine etwas veränderte Form der Modellgleichung 5-7 mit $Ae^{-Bt} \sum_{m=1}^N \{C_m \sin \omega_m (t + \phi_m / \omega_m) + D_m\}$ verwendet werden.

Betrachtet man bei der gemessenen IR nur bestimmte zeitliche Abschnitte, so können diese durch zeitverschobene gedämpfte Schwingungen approximiert werden. So kann die Anzahl der Parameter klein gehalten werden. Für einen zeitlichen Abschnitt sei dann die Modellfunktion Gleichung 5-8.

$$f(t) = e^{-\delta t} * a * \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{Gleichung 5-8}$$

In der Modellgleichung 5-8 kann der Phasenwinkel weggelassen werden, wenn er keine Verbesserung der Anpassung an den entsprechenden Datensatz (Abschnitt aus der IR) liefert. Dann lautet die Modellgleichung 5-9

$$f(t) = e^{-\delta t} * a * \sin(\omega t) \quad \text{Gleichung 5-9}$$

In Gleichung 5-9 verringert sich die Anzahl der Parameter. Da es eine gedämpfte Sinusschwingung ist, die zur Approximation an einem Abschnitt einer normierten IR verwendet wird, kann auch die Amplitude a zunächst als 1 geschrieben werden. Es bleiben dann noch 2 Parameter übrig für die Modellgleichung 5-10 mit

$$f(t) = e^{-\delta t} \sin(\omega t) \quad \text{Gleichung 5-10}$$

Die Parameter sind der Dämpfungsfaktor δ und die Kreisfrequenz ω . Damit lautet die Modellgleichung $f(t) = e^{-\delta t} \sin(\omega t)$ für ein kleines zeitliches Intervall, d.h. bei Unterteilung der Raumimpulsantwort in bestimmte Abschnitte. Die beiden Parameter δ und ω sollen zur Approximation eines vorgegebenen Abschnittes ausreichen.

Denkbar ist auch die Version der Modellgleichung 5-11 für einen Abschnitt der normierten Raumimpulsantwort, wenn die mittlere Dämpfung mit 4-9 bereits herausgerechnet wurde. Dabei werden eine gewisse Anzahl überlagerter Sinusschwingungen verwendet. Diese Überlagerung von Sinusschwingungen dient der besseren Anpassung an die Abtastwerte für den entsprechenden Abschnitt.

$$f(t) = \sum_m a_m \sin(\omega_m t) \quad \text{Gleichung 5-11}$$

Abschließend sei noch eine Modellgleichung 5-12 gezeigt, die ein Polynom 2. Grades darstellt. Mit ihr soll auch eine abschnittsweise Anpassung an die Abtastwerte erfolgen. Dabei sollen zwei Möglichkeiten untersucht werden. Zum einen, wenn die mittlere Dämpfung aus der gemessenen Raumimpulsantwort hergerechnet wurde, zum anderen ohne diesen Schritt. Diese Modellgleichung 5-11 besitzt im Gegensatz zu der Modellgleichung 5-10 einen Parameter mehr.

$$f(t) = at^2 + bt + c \quad \text{Gleichung 5-12}$$

Zunächst sieht man nicht, wie diese Gleichung 5-12 für eine sinnvolle Approximation verwendet werden kann. Aber bei entsprechender Umstellung kann die Modellgleichung auch lauten $f(t) = a(b+t)^2 + c$. Vereinfacht man noch weiter, wird deutlich, worauf diese Approximation hinausläuft $f(t) = at^2$. Es ist also eine Parabel, die entsprechend verschoben werden muss. Für die Approximation wird dann die Gleichung 5-13 abschnittsweise verwendet. Dabei sind 3 Parameter zu bestimmen.

$$f(t) = a(b+t)^2 + c \quad \text{Gleichung 5-13}$$

Der Korrelationskoeffizient r und die Differenz der Summe der Abstandsquadrate zwischen den Abtastwerten und der Approximierten dienen als Gütemaße. Dabei sollte r gegen 100 % gehen und die Differenz der Summe der Abstandsquadrate gegen Null.

Untersuchungen zur Linearisierung von Modellgleichungen haben ergeben, dass keine Linearisierung der Modellgleichungen, bezogen auf den Datensatz, möglich ist.

5.1.1 Startwerte für Modellgleichungen

Für die meisten Schätzverfahren ist es üblich bzw. notwendig, dass sogenannte Startwerte zu Beginn der Regression vorgegeben werden. In der Regel ist der vorgegebene bzw. voreingestellte Startwert 1 und die Schrittweite 0,5. Das ist für den Fall der Anpassung der Modellgleichung an die IR zu grob. Denn bei der Anpassung an die gemessene Raumimpulsantwort liegen im Verhältnis sehr kleine Werte auf der x - bzw. t - Achse zu eher großen Werten (bei Normierung der IR) auf der y - bzw. A - Achse vor. Dadurch können je nach Modell sehr große bzw. sehr kleine Werte bei der Schätzung entstehen. Als Beispiel sei die Frequenz benannt. Der vorgegebene Startwert liegt bei 1. Die Schritte, um sich an den optimalen Wert anzunähern, liegen bei 0,5. Würde aber zum Beispiel eine Frequenz von 1300 Hz für den speziellen Fall erwartet, so müsste das nichtlineare Regressionsverfahren ca. 2600 Schritte ausführen, um sich dem gesuchten Wert zu nähern. Da in den Modellgleichungen meist mehr als ein Parameter vorhanden ist, würde das eine enorme Rechenzeit oder ein unbrauchbares Ergebnis bedeuten.

Daher wurde zum Nachweis dieser Aussage versucht, eine Anpassung des Modells an die gemessene IR über alle Abtastwerte ohne Herausrechnung der exponentiellen Dämpfung und ohne Veränderung der vorgegebenen Startwerte durchzuführen. Ohne Vorgabe der Startwerte bedeutet, dass als Startwert entsprechend der Modellgleichung der voreingestellte Wert 1 verwendet wurde. Selbst bei einer sehr großen Anzahl an vorgegebenen Iterationsschritten

(ca. 75000) wird kein sinnvolles Ergebnis erzielt, da die Anzahl der Abtastwerte, trotz Begrenzung (auf 1% vom Maximum der gemessenen IR – Verkleinerung der Anzahl der Abtastwerte bzw. des Messdatensatzes etc.), noch relativ groß ist.

Aus diesem Grund ist es sinnvoll und notwendig, Startwerte vor dem Beginn einer nichtlinearen Regression zu bestimmen.

Um Startwerte zu bestimmen, muss das Signal $h(t)$ oder der Signalausschnitt $x(t)$ genau betrachtet werden, denn sie können im Zeit- und Frequenzbereich bestimmt werden. Für die endlichen gefensterten zeitdiskreten Signale (IR oder Ausschnitte der IR $x(n)$) lässt sich die diskrete Fouriertransformation allgemein berechnen:

$$\underline{X}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{j(2\pi/N)mn}$$

$$x(n) = \sum_{m=0}^{N-1} \underline{X}(m) e^{j(2\pi/N)mn}$$

Gleichung 5-14

Aus $\underline{X}(m)$ lassen sich das Amplitudenbetragsspektrum (äquidistante Linien im Abstand Δf) und das Phasenspektrum bestimmen. Die Auswertefrequenz f_A bestimmt sich mit der Abtastzeit t_a und der Anzahl der Abtastwerte N zu:

$$f_A = m \frac{1}{t_a N} = m \Delta f$$

Gleichung 5-15

Meist wird m als Bin bezeichnet.

Ist das Signal entsprechend stationär, braucht man für eine feine Frequenzauflösung eine große Anzahl von Abtastwerten. Damit wird auch der Fehler der spektralen Schätzungen, der durch das endliche zeitdiskrete Signal hervorgerufen wird, kleiner. Das wird mit erhöhtem Rechenaufwand bei der DFT erkaufte. Ein schneller Algorithmus ist die Fast Fouriertransformation (FFT). Notwendig dafür ist eine Anzahl von Abtastwerten der Potenz von 2 ($N = 2^\xi$ mit $\xi \in \mathcal{N}$). Eine einfache Möglichkeit zur Erreichung einer Potenz von 2, bei fest vorgegebener Abtastwerteanzahl, ist das sogenannte „zero-padding“. Es werden dann so viele Nullen an das Signal angehängt, bis die Potenz von 2 erreicht ist. Damit liegen dann auch mehr Bins im Spektrum vor. Eine echte Erhöhung der Frequenzauflösung wird damit nicht erreicht.

Startwerte können beispielsweise schrittweise aus dem Frequenzbereich bestimmt werden.

1. Lokaler Maximalwert aus dem Amplitudenbetragsspektrum

$$|\underline{X}(m-1)| < |\underline{X}(m)| > |\underline{X}(m+1)|$$

2. Überschreitung einer Schranke (minimal vorgegebene Amplitude) im Amplitudenbetragsspektrum

$$|\underline{X}(m)| > \text{Schranke}$$

3. Annäherend gleicher Phasenverlauf für Bins um ein Maximum

$$\phi_{\max_m} - \phi_{\min_m} < \Delta$$

4. Einschränkung des Frequenzbereiches (Hörfrequenzbereich)

beispielsweise 20Hz...18kHz

5. Anzahl der bestimmten lokalen Maxima soll einen oberen Grenzwert nicht übersteigen

$$A_p < N$$

6. Verringerung des Parametersatzes mit Hilfe psychoakustischer Kriterien

7. Bestimmung der Startfrequenz

Der Startwert für die Frequenz kann direkt aus dem Bin-Index bestimmt werden. Jedoch ist dieser Wert fehlerbehaftet. Im ungünstigsten Fall beträgt der Fehler

$\frac{1}{2t_a N}$. Für eine genauere Bestimmung des Startwertes bietet sich beispielsweise die parabolische Interpolation mit Hilfe dreier logarithmierter Amplitudenwerte aus dem Amplitudenbetragsspektrum an.

$$A_1 = 20 \log |X(m-1)|$$

$$A_2 = 20 \log |X(m)|$$

$$A_3 = 20 \log |X(m+1)|$$

Nimmt man die aus Gleichung 5-13 umgestellte Form $f(t) = a(b+t)^2 + c$ einer Parabel, so müssen die drei Parameter a, b und c bestimmt werden. Mit den drei gegebenen Punkten $\{(m-1, A_1), \dots, (m+1, A_3)\}$ erhält man drei Gleichungen. Dabei ist der Parameter b, die Verschiebung entlang der Abszisse, der interessante Wert. So lässt sich die Frequenz mit kleinerem Fehler berechnen.

$$\omega_m = \frac{2\pi}{Nt_a}(m-b) \quad \text{Gleichung 5-16}$$

Die Amplitude bestimmt sich dann entsprechend zu

$$\underline{X}(m-b) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi n}{N}(m-b)} \quad \text{Gleichung 5-17}$$

Für die Bestimmung von Startwerten im Zeitbereich werden nun z.B. für die Modellgleichungen 5-3 und 5-10 Schritte aufgezeigt. Dabei wird Gleichung 5-10 nur für

zeitliche Abschnitte der IR verwendet. Die mittlere Dämpfung für Gleichung 5-3 wird mit Gleichung 4-9 bestimmt.

1. lokale Maxima und Minima

lokales Maximum $h(n-1) < h(n) > h(n+1)$ mit $h(n) > 0 \in \Re$

lokales Minimum $h(n-1) > h(n) < h(n+1)$ mit $h(n) \in \Re$

2. Überschreitung einer vorgegebenen Schranke, von der an lokale Maxima gesucht werden

$h(n) > \text{Schranke}$

3. mittlere Dämpfung mit Gleichung 4-9

4. Dämpfung für einen zeitlichen Ausschnitt der IR

Es werden z.B. drei Maxima in einem Abschnitt bestimmt. Für den ersten Maximalwert kann dann geschrieben werden $f_{\max_1}(t_{\max_1}) = e^{-\delta t_{\max_1}}$. Damit bestimmt sich die Dämpfungskonstante für ein gefundenes lokales Maximum zu $h_{\max_1}(n) = e^{-\delta_1 t_{\max_1}}$ und $\delta_1 = -\frac{\ln(h_{\max_1}(n))}{t_{\max_1}}$. Somit erhält man drei

Dämpfungskonstanten. Aus diesen drei Werten wird dann der Mittelwert mit $\bar{\delta} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m$ mit $M = 3$ bestimmt. Dieser Wert gilt nur für den betrachteten Abschnitt.

5. Periodendauer für einen zeitlichen Abschnitt

Die Periode T bestimmt sich mit Hilfe der Nulldurchgänge. Dabei interessiert die zeitliche Differenz zwischen dem z. B. hier dritten Nulldurchgang und dem ersten Nulldurchgang. In diesem Abschnitt befindet sich auch das erste Maximum. Die zweite Periode wird aus der Zeitdifferenz des 5. und des 3. Nulldurchgangs bestimmt. Und immer so weiter, bis z.B. drei Perioden, für das Betrachtungsintervall ermittelt sind. Aus den so ermittelten Periodenlängen T wird der Mittelwert gebildet mit $\bar{T} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K T_k$ mit $K = 3$. Mit diesem mittleren Zeitwert wird der Startwert für die Frequenz berechnet aus $f = \frac{1}{\bar{T}}$.

6. Vorgabe des Phasenwinkels mit Null

Natürlich kann die Periodendauer auch an den Stellen (Zeitpunkten) der Maxima im entsprechenden Abschnitt bestimmt werden. Da aber bei den Verfahren zur Approximation nur Extremwerte zu einer festen Schranke hin betrachtet werden, scheidet diese Vorgehensweise aus.

Die anfänglich vorgegebenen Startwerte werden von Iteration zu Iteration verändert. Je besser die Startwertvorgabe, desto weniger Iterationen werden benötigt. U. U. kann die Schrittweite auch größer gewählt werden, um so Rechenzeit zu sparen.

5.1.2 Regressionsverfahren

Neben dem Verfahren nach Levenberg und Marquardt gibt es auch noch weitere Verfahren zur Anpassung an nichtlineare Datensätze bzw. für die Verwendung nichtlinearer Modellgleichungen.

Einige ausgewählte Beispiele sollen hier dem Verfahren nach Levenberg und Marquardt gegenübergestellt werden.

Um eine Vergleichbarkeit zu erreichen, wird ein Testdatensatz für eine Modellgleichung verwendet.

Es ist nicht auszuschließen, dass sich die Verfahren bei anderen Datensätzen und Modellgleichungen anders verhalten. Das ist hier nicht Gegenstand der Untersuchung. Hier kommt es auf die Vorgaben zur Approximation der IR an.

Der Testdatensatz wurde einer im Sprecherraum der TUI gemessenen RIA (Abb. 4-12), die entsprechend bearbeitet wurde („Totzeit“, Begrenzung, etc.), entnommen und ist in der Abbildung 5-1 dargestellt.

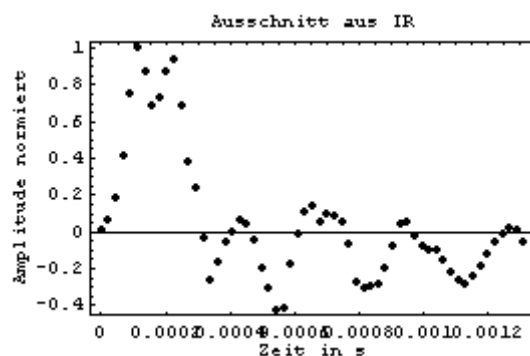


Abbildung 5-1 Testdatensatz

Für den Testdatensatz soll als Modell Gleichung 5-18 mit $j = 5$ verwendet werden.

$$f(t) = e^{-ct} \sum_j a_j \sin(b_j t) \quad \text{Gleichung 5-18}$$

Die Startwerte a_j und b_j sowie c werden bestimmt. Anschließend wird jedes Verfahren zur Anpassung der Modellgleichung an den Testdatensatz herangezogen und über das Gütemaß r sowie die Anzahl der Iterationsschritte ausgewertet.

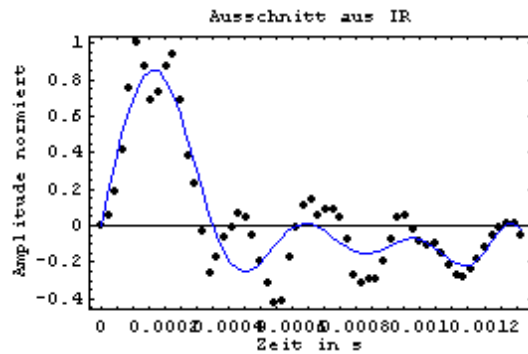


Abbildung 5-2 Anpassung mit der NLR nach Levenberg und Marquardt

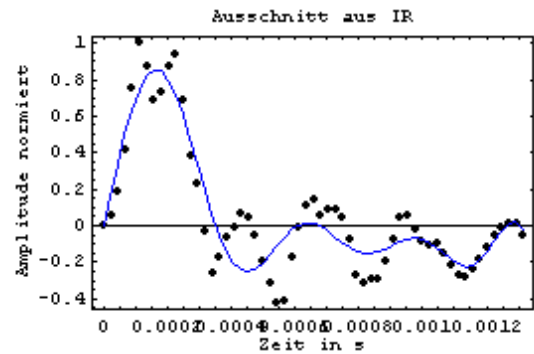


Abbildung 5-4 Anpassung mit der NLR nach Newton

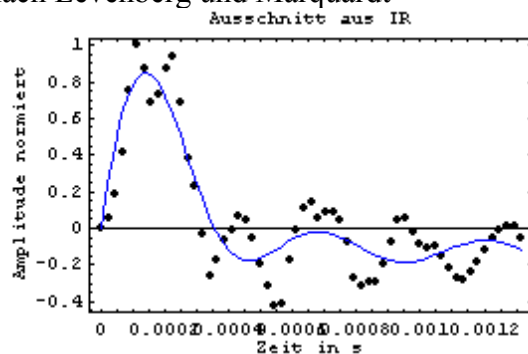


Abbildung 5-3 Anpassung mit der NLR nach der Gradientenmethode

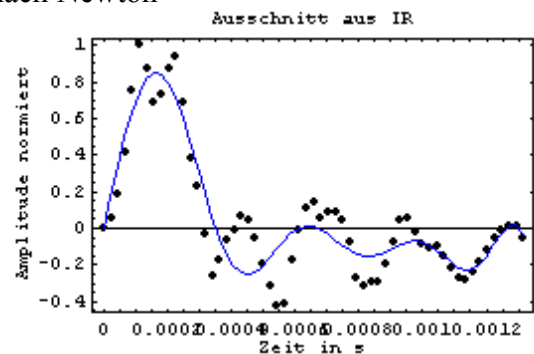


Abbildung 5-5 Anpassung mit der NLR nach Quasi - Newton

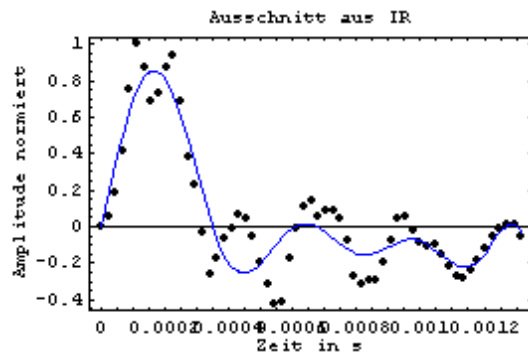


Abbildung 5-6 Anpassung mit der NLR nach Rosenbrock und Quasi - Newton

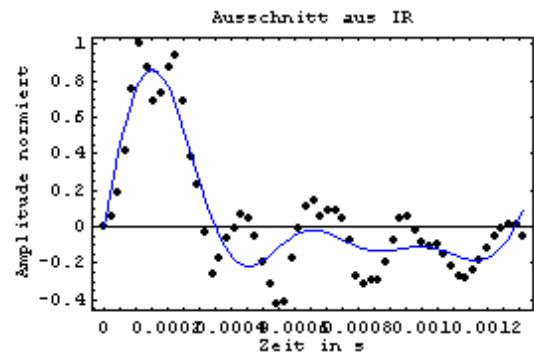


Abbildung 5-8 Anpassung mit der NLR nach Hooke – Jeeves und Quasi - Newton

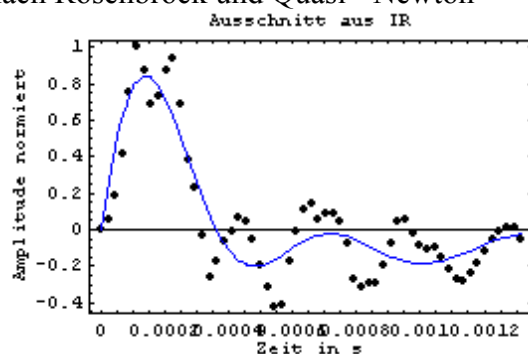


Abbildung 5-7 Anpassung mit der NLR nach Rosenbrock pattern search

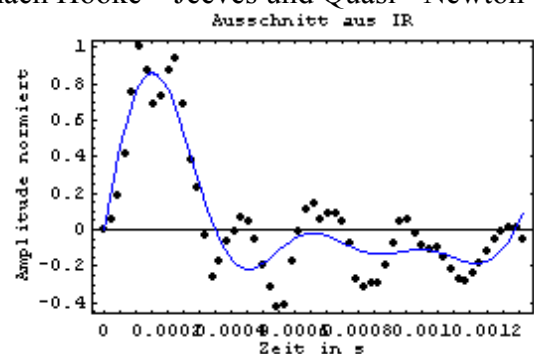


Abbildung 5-9 Anpassung mit der NLR nach Hooke – Jeeves pattern moves

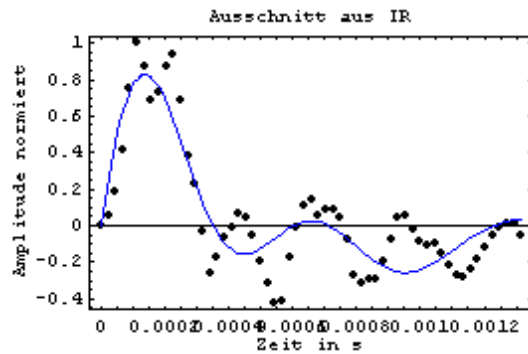


Abbildung 5-10 Anpassung mit der NLR nach Simplex und Quasi - Newton

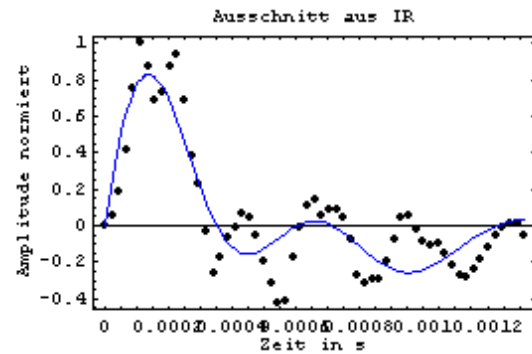


Abbildung 5-11 Anpassung mit der NLR nach Simplex

Verfahren	Anzahl der Iterationen	r	Abbildung
Levenberg - Marquardt	316	91,41 %	5-2
Gradient		89,5 %	5-3
Newton	14399	91,42 %	5-4
Quasi – Newton	15196	91,45 %	5-5
Rosenbrock und Quasi - Newton	2230	91,41 %	5-6
Rosenbrock Pattern search	31	89,86 %	5-7
Hooke – Jeeves und Quasi - Newton	606	91 %	5-8
Hooke – Jeeves Pattern moves	735	91 %	5-9
Simplex und Quasi - Newton	nach ca. 7100 abgebrochen	88,38 %	5-10
Simplex	nach ca. 7100 abgebrochen	88,38 %	5-11

Tabelle 5-1 Auswertung zu den Regressionsverfahren

Wie aus der Tabelle 5-1 ersichtlich ist, erzielt das Verfahren nach Levenberg und Marquardt die besten Ergebnisse hinsichtlich der Iterationsschritte und des r-Wertes bei der Anpassung einer Kurve (Modellgleichung) an den Testdatensatz.

Zahlreiche Untersuchungen haben ergeben, dass das Verfahren nach Levenberg und Marquardt für die Approximation am geeignetsten ist. Dafür sprechen die relativ geringe Anzahl an Iterationen und der r-Wert (Güte der Anpassung).

Damit arbeitet diese Methode sehr effizient.

Zu den Algorithmen sei auf die Literatur und das Internet verwiesen. Die Verfahren selbst eignen sich in Abhängigkeit von der Modellgleichung für ein Optimierungsproblem.

5.1.3 Approximation der IR mit dem Verfahren nach Levenberg und Marquardt

Die Kennlinie der IR liegt nicht in analytischer Form vor, sondern sie ist, wie schon erwähnt, durch eine Anzahl N von Messpunkten gegeben. Diese Form der IR ist ein Zeit- und Wertdiskretes oder auch PAM (Puls-Amplituden-Moduliertes) – Signal. Es werden dem analogen Signal Proben entnommen, so dass gilt $\{\{t_1, u_1\}, \{t_2, u_2\}, \dots, \{t_N, u_N\}\}$. Für beliebige Werte von t sollen die Spannungswerte der IR angegeben werden. Man kann dann die Kurve der IR als Approximation einer endlichen Reihe analytischer Funktionen darstellen.

Ganz allgemein gilt dann $f_G(t) = h_{\text{Abschnitt}}(t) = \sum_k f_k(a_j, t_i)$. Dabei ist $f_G(t)$ die Funktion, die den zeitlichen Abschnitt der IR approximiert. $f_G(t)$ gilt nur für diesen bestimmten zeitlichen Abschnitt bzw. das zeitliche Intervall beispielsweise mit $f_G(t) \in I[t_1, t_{29}]$. Hier also für 29 Abtastwerte.

Der Index i gibt den i -ten Abtastwert eines Abschnitts wieder, und läuft mit $i = 1, 2, \dots, N$. Die Anzahl der Funktionen die zur Approximation an den zeitlichen Ausschnitt verwendet werden sollen ist k , mindestens jedoch eine Funktion – also $k = 1, 2, \dots, M < N_{\text{Abschnitt}}$. Die Anzahl der Funktionen darf die Anzahl der Abtastwerte im jeweiligen Abschnitt nicht überschreiten.

Die Anzahl der Parameter ist mit $j = 1, 2, \dots, Z < N_{\text{Abschnitt}}$ gegeben. So hat eine einfache Sinusfunktion zum Beispiel zwei Parameter $f_1(t) = a_1 \sin a_2 t$ mit $k = 1$ und $j = 1, 2$.

Es liegt ein nichtlineares Modell vor (vgl. Punkt 5.1). Für die Bestimmung der geeigneten Parameterwerte muss ein nichtlineares kleinste-Quadrate-Schätzverfahren verwendet werden. Mathematisch ist dieses ein nichtlineares Optimierungsproblem. Zur Bestimmung der Näherungswerte für die Parameter sind geeignete numerische Algorithmen aus der Literatur bekannt.

Zur Approximation wird das Verfahren von Levenberg und Marquardt verwendet. An dieser Stelle soll ein grober Überblick über das Verfahren gegeben werden. Für genauere Informationen sei auf die Literatur [Lev1944],[Mar1963],[Fle1987],[Seb1989],[Bev1992] oder das Internet verwiesen.

Liegt ein echtes nichtlineares Modell vor, so existiert ein nichtlineares kleinste-Quadrate-Problem. Ziel ist es, einen Vektor $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)$ von Parameterwerten zu finden, der die Summe der Quadrate der Differenzen zwischen einem gegebenen Vektor $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ von beobachteten Werten (gemessenen oder abgetasteten Werten) und einem Vektor von geschätzten Werten $f_G(a, t)$, wobei t bekannt ist, zu minimieren. Für das i -te Beobachtungspaar sieht die Minimierungsgleichung wie folgt aus

$$S = \sum_i (u_i - f_G(a_j, t_i))^2 \stackrel{!}{=} \min \quad \text{Gleichung 5-19}$$

Die erste Ableitung in bezug auf die Parameter $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)$ ergibt den Gradientenvektor S'_j mit

$$S_j' = -2 \sum_i \left[r_i * \frac{df_G(a_j, t_i)}{da_j} \right] \quad \text{Gleichung 5-20}$$

mit dem i-ten Residuum $r_i = u_i - f_G(a_j, t_i)$.

Mit der zweiten Ableitung erhält man die Hesse-Matrix mit

$$S_{jp}'' = 2 \sum_i \left[\frac{df_G(a_j, t_i)}{da_j} * \frac{df_G(a_j, t_i)}{da_p} \right] - 2 \sum_i \left[r_i * \frac{d^2 f_G(a_j, t_i)}{da_j da_p} \right] \quad \text{Gleichung 5-21}$$

Die Gauß-Newton-Methode verwendet die Linearisierung von $f(a, t)$ und löst ein lineares kleinste-Quadrate-Problem, um dann einen neuen Vektor $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)$ zu beobachten.

\mathbf{J} ist die Jakobimatrix mit $J = i \times j$ (Matrix) mit den Einträgen $\frac{df_G(a_j, t_i)}{da_j}$, dabei ist j die Anzahl der Parameterwerte und i die Anzahl der Beobachtungen (abgetastete Werte).

Das Gauß-Newton-Verfahren verwendet die zweite Ableitung von S nicht.

Zur Bestimmung eines neuen Parametervektors $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)$ verwendet man die Gleichung $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)_{NEU} = \vec{a}_{ALT} + (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} * \mathbf{J}^T r$. Mit dieser Gleichung können gute Ergebnisse nur mit möglichst präzisen Startwerten erzielt werden. Sie garantiert eine schnelle Suchrichtung, läuft aber oft aus dem Ziel, trotz guter Startwerte.

Dagegen verwendet die Levenberg-Marquardt-Methode eine Vertrauensregionsnäherung, auch Regelung genannt, um die Schrittgrößen zu verringern und um eine Minimierung von S für jede Iteration sicherzustellen. Bei der Levenberg-Marquardt-Methode ergibt sich der neue Parametervektor zu $\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_j)_{NEU} = \vec{a}_{ALT} + (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mathbf{D})^{-1} * \mathbf{J}^T r$.

Dabei ist \mathbf{D} eine Diagonalmatrix. Nach Levenberg [Lev44] ist $\mathbf{D} = d * \mathbf{E}$, was bedeutet, dass jeder skalare Wert zu jedem diagonalen Element addiert wird. In der Praxis sind die Diagonalelemente von $(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$ von ganz unterschiedlichen Ausmaßen. Marquardt [Mar1963] schlug vor, dass $\mathbf{D} = \lambda * \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$, wobei die diagonalen Elemente von $(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$ als $\text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$ geschrieben sind. Für die erste Iteration wird Lambda ein großer Wert zugeordnet (z.B. 1,0). Nach der ersten Minimierung von S wird Lambda verkleinert. Vergrößert sich dagegen S, so wird auch Lambda größer, so lange, bis S kleiner wird. Der letzte Wert von Lambda wird als Startwert für die nächste Iteration benutzt. Die Levenberg – Marquardt – Methode [Seb1989] läuft an einem ortsfesten Punkt zusammen, der das Minimum sein kann, welches gesucht wird. Der Levenberg-Marquardt-Algorithmus ist sehr effektiv. Andere Methoden, die die zweite Ableitung verwenden, erfordern mehr Berechnungen.

5.1.4 Statistische Maßzahlen zur Güte der Anpassung

Es wird die nichtlineare Regression nach der Methode von Marquardt und Levenberg verwendet. Das verwendete Mathematikprogramm selbst stellt in der ANOVA-Tabelle (ANOVA: Analysis of Variance) verschiedene Kennzahlen bereit, die zur Verdeutlichung der Qualität der Regression noch bearbeitet werden. ANOVA steht hier für Analysis of Variance. In der ANOVA-Tabelle werden folgende Kennzahlen aufgeführt, wobei u_i die Spannungswerte an den Zeitpunkten t_i der gemessenen Impulsantwort und f_{mod_i} die aus der Modellgleichung an den Zeitpunkten t_i ermittelten Werte sind. Außerdem ist N die Gesamtanzahl der Abtastwerte der Impulsantwort und A_p die Anzahl der verwendeten Parameter in der Modellgleichung.

Es bedeutet \bar{u} der arithmetische Mittelwert der Spannungswerte der gemessenen Impulsantwort. Es gibt Quadratsummen (QS) und die Summen der Abstandsquadrate (SAQ), wie sich aus den nachfolgenden Formeln entnehmen lässt. Dabei wird die Summe der Quadrate der Differenzen der Werte von ihrem Mittelwert eingeführt, da Folgendes gilt:

$$\sum (u_i - \bar{u}) = 0 \rightarrow \sum (u_i - \bar{u})^2 < \sum (u_i - u_0)^2 \text{ mit } u_0 \text{ beliebig.}$$

Aus ihnen lässt sich die Varianz bestimmen zu $s^2 = \frac{SAQ}{N-1}$ und daraus die Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$. Sollen die Varianzen bei Stichproben unterschiedlicher Größe verglichen werden, verwendet man den Variabilitätskoeffizienten $V = \frac{100 * s}{\bar{u}}$. Das ist bei der Teilung der IR in Abschnitte erforderlich.

Kennwerte der ANOVA-Tabelle:

1. Unkorrigierte QS aller Spannungswerte mit $QS_{\text{unkorr}} = \sum_{i=1}^N u_i^2$
2. Korrigierte SAQ der Spannungswerte mit $SAQ_{\text{korrr}} = \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2$
3. SAQ des Modells mit $SAQ_{\text{MOD}} = \sum_{i=1}^N (f_{\text{mod}_i} - u_i)^2$
4. mittlerer Fehler der SAQ des Modells mit $\Delta SAQ_{\text{MOD}_{\text{mittel}}} = \frac{1}{N - A_p} \sum_{i=1}^N (f_{\text{mod}_i} - u_i)^2$
5. Differenz der QS_{unkorr} und der SAQ_{MOD} mit $\Delta_{\text{MOD}} = QS_{\text{unkorr}} - SAQ_{\text{MOD}}$
6. Verhältnis von Δ_{MOD} zur Anzahl der Parameter in der Modellgleichung mit $\frac{\Delta_{\text{MOD}}}{A_p} = \Delta_{\text{MOD}_{\text{mittel}}}$

Diese Gleichungen bilden die Grundlage oder auch die statistischen Kennzahlen selbst. Um einige deutlich zu machen, werden sie in % angegeben.

Folgende statistische Maßzahlen werden weiter verwendet:

1. Maßkorrelation

$$r = \frac{\sum_n (u_n - \bar{u})(f_{\text{mod } n} - \bar{f}_{\text{mod}})}{(N-1)s_u s_f} \quad \text{mit } s_u^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2 \quad \text{Gleichung 5-22}$$

Dieses Maß steht für den Zusammenhang zwischen den Messdaten und den approximierten Daten. Da die Anzahl der Werte groß ist, kann dieses Maß zur Interpretation verwendet werden. Angestrebt ist ein Wert, der größer als 80% ist. r ist der Quotient der Summe des Produktes der Differenzen der Spannungswerte von ihrem Mittelwert und der Modellwerte von ihrem Mittelwert durch das Produkt der Varianzen der Spannungswerte und der Modellwerte mit dem Faktor der um Eins verminderten Gesamtzahl der Spannungswerte.

2. Bestimmtheitsmaß

$$B_{fu} = \frac{\sum_{i=1}^N (f_{\text{mod } i} - \bar{f})^2}{\sum_{i=1}^N (u_i - \bar{u})^2} \quad \text{mit } 0 \leq B_{fu} \leq 1 \quad \text{Gleichung 5-23}$$

Das Bestimmtheitsmaß steht für die Güte der Anpassung und ist für Stichproben großen Umfangs einsetzbar. Das Bestimmtheitsmaß ist der Quotient der SAQ des Modells und der SAQ der Messwerte.

3. Schätzung der Annäherung

$$A_S = \left[1 - \frac{\sum_n (u_n - f_{\text{mod } n})^2}{\sum_n f_{\text{mod } n}^2} \right] * 100\% \quad \text{Gleichung 5-24}$$

Die Schätzung der Annäherung des Modells an die Messwerte ist sehr stark von der Anzahl der verwendeten Parameter und vom Rauschen im Messdatensatz abhängig. Als eine gute Annäherung sollen die Werte größer als 70% liegen.

4. Durchschnittliche Abweichung

$$e_{DA} = \frac{\sum_n \left| (u_n - f_{\text{mod } n}) - \frac{1}{N} \sum_n (u_n - f_{\text{mod } n}) \right|}{N} \quad \text{Gleichung 5-25}$$

Die durchschnittliche Abweichung ist ein Streuungsmaß, das arithmetische Mittel aus den Absolutbeträgen der Differenzen der geschätzten- und der gemessenen Werte und dem arithmetischem Mittel eben dieser Differenzen.

5. Geschätzte Fehlerstreuung

$$s_F^2 = \frac{\sum (u_n - f_{\text{mod } n})^2}{N - A_p} \quad \text{Gleichung 5-26}$$

Die geschätzte Fehlerstreuung soll einen möglichst kleinen Wert annehmen, da die Abweichungen zwischen Modell und Messdaten so klein wie möglich sein sollen.

Für ein perfekt angepasstes Modell ist dieser Wert 0,00. Für das schlechteste Ergebnis ist der Wert 1,00.

6. Normierte quadratische Fehlersumme

$$\Delta^2 = 1/N \sum_i (u_i - f_{\text{mod } i})^2 \quad \text{Gleichung 5-27}$$

7. Multipler Korrelationskoeffizient

$$R = \sqrt{\frac{\left[\left[\sum \left(u_i - \left(\frac{1}{N} \sum u_j \right) \right)^2 \right] - \left[\sum (f_{\text{mod } i} - u_i)^2 \right] \right]}{\left[\sum \left(u_i - \left(\frac{1}{N} \sum u_j \right) \right)^2 \right]}} * 100\% \quad \text{Gleichung 5-28}$$

Diese Maßzahl gibt an, wie gut das Modell an die Messdaten angepasst ist. Außerdem ermöglicht der multiple Korrelationskoeffizient den Vergleich mit linearen Regressionen. Der Wert für eine gute Approximation soll > 50 % sein. Manchmal wird auch R^2 angegeben, der Bestimmtheitskoeffizient.

8. Anzahl der Parameter A_p

Die Anzahl der Parameter sollte minimal sein, um eine möglichst schnelle Approximation zu erhalten.

Fallen die entsprechenden Gütemaße nicht in einen guten Bereich, so wird die Anzahl der Parameter in Abhängigkeit von der verwendeten Modellgleichung erhöht. Aber auch die maximale Anzahl an Parametern führt nicht unbedingt zu dem besten Ergebnis. Aus diesem Grund werden nur so viele Parameter wie nötig in die Modellgleichung aufgenommen. Zur Verkleinerung der Anzahl der Parameter in der Modellgleichung sei auf Punkt 5.1.6 verwiesen.

9. Residuen

Neben den statistischen Maßzahlen ist die *Residuenanalyse* (siehe Punkt 5.1.5) durchzuführen, da das Modell nicht zwangsläufig gut ist, wenn z.B. der

Maßkorrelationskoeffizient einen Wert von 85% angibt. Das entsteht durch ein grob falsches Modell. Für die Residuen gilt

$$e_n = u_n - f_{\text{mod}_n} \quad \text{Gleichung 5-29}$$

Die Residuen sind zu berechnen und entsprechende Residuenplots anzugeben. Meist lässt sich nur an Hand einer Graphik genau feststellen, ob in den Residuenplots keine Muster mehr vorhanden sind – sie also angenommen normalverteilt vorliegen. Ist ein Muster in Residuenplots erkennbar, muss das Modell u.U. überarbeitet werden, da entweder ein Parameter oder gar ein zusätzlicher funktionaler Zusammenhang nicht aufgedeckt worden ist.

10. Statistische Momente

$$M_n = \frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^n \quad \text{Gleichung 5-30}$$

Allgemein schreibt man für die zentralen Momente Gleichung 5-30, mit n der Ordnung des Moments, x , den Werten sowie \bar{x} – quer dem Mittelwert der Daten mit der Anzahl N [Wol1999]. Das Moment ist eine Bezeichnung im Rahmen der Statistik für eine allgemeine Klasse von Parametern von Wahrscheinlichkeitsverteilungen [Kri1988]. Die Momente werden in zentrale Momente und Momente um Null unterteilt. Mit der Gleichung 5-30 ist ein zentrales Moment gemeint, wobei der Faktor für die Häufigkeit, mit der das Element x_i

auftritt, weggelassen wurde. Für ein Moment um Null würde man schreiben $\frac{1}{N} \sum_i (x_i)^n$.

Ebenso gibt es Formeln, die den Faktor $\frac{1}{N}$ weglassen.

Von allen hier aufgeführten statistischen Maßzahlen zur Überprüfung der Güte der Anpassung hat sich die Maßkorrelation Gleichung 5-22 als robuster Wert herausgestellt. Folglich wird dieser Wert zur Güteprüfung zwischen Modell und Original bei der nichtlinearen Regression verwendet.

5.1.5 Residuenanalyse

Bei der Durchführung einer Residuenanalyse ist es von Vorteil, wenn in den Daten keine extremen Werte auftreten (vgl. Punkte 4.3.1 und 4.5). Treten dennoch Extremwerte auf (Direktschall, frühe Reflexionen), dann handelt es sich um gültige Messwerte, die besonders von Interesse sind. Bei der dämpfungsfreien IR gibt es keine Ausreißer im Sinne von Messfehlern. Ausreißer sind in diesem Fall nur besonders große Abstände zwischen dem Original- und dem Modellwert, die durch die Modellgleichung bzw. durch die gegebene Anzahl an Parametern nicht besser angenähert werden können.

Dagegen treten bei der Betrachtung der normierten IR, die durch gedämpfte Schwingungen angenähert wird, unterschiedlich große Werte auf. Diese sind von besonderem Interesse und sollen durch die Modellfunktion möglichst gut erfasst werden.

Betrachtet werden zunächst Abschnitte, über denen die mittlere Dämpfung (Gleichung 4-9) herausgerechnet wurde. An diesen Werten kann die Residuenanalyse beispielhaft betrachtet werden.

Da ein hoher Wert für r nicht in jedem Fall ein Maß für eine gute Anpassung ist, ist es sinnvoll, eine Residuenanalyse durchzuführen und nach Strukturen in den Residuenplots zu suchen. Strukturen im Residuenplot weisen meist auf eine noch vorhandene Information im Originalsignal bzw. auf eine unvollständige Modellgleichung hin. Zunächst kann die Anpassung des Modells an das Signal graphisch geprüft werden (Abb. 5-12). Eine Hilfe ist dabei r . Lassen sich so keine deutlichen Ausreißer feststellen, wird ein Residuenplot erstellt. Bei der Residuenanalyse wird nach Mustern in der Graphik gesucht. Es können Nichtlinearitäten erkennbar sein oder ein Muster, das einer verschobenen Modellfunktion mit kleineren Werten ähnelt. Auch eine systematische Änderung der Vorzeichen der Residuen ist ein eindeutiges Muster. Bei diesem Muster ist davon auszugehen, dass noch Information im Signal oder Signalabschnitt enthalten ist und nicht vom Modell erfasst ist. Ursache dafür sind dann bestimmte Anteile, die durch die Modellgleichung nicht erfasst werden konnten. So führt eine zu kleine Anzahl an beispielsweise Sinusfunktionen zu eben einem solchen Muster. Aber auch ein fehlerhaftes Bestimmen der Grundfrequenz, der Einfluss von Transienten oder auch Interpolationsfehler können die Ursache für ein solches Muster sein. Ist der Fehler klein genug, kann das Residuum als stochastische Komponente betrachtet werden und es gilt:

$$\sum_n |e_n|^2 < \sum_n |u_n|^2 \quad \text{Gleichung 5-31}$$

Mit Gleichung 5-31 wird gesagt, dass die Summe aller Residuen eine kleinere Energie haben muss als das originale Signal. Erst mit kleinem Fehler und Gleichung 5-31 kann das Residuum als stochastische Komponente betrachtet werden.

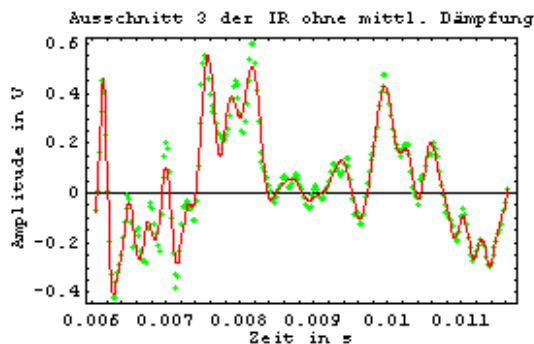


Abbildung 5-12 Modellfunktion (durchgezogene Linie) und Originalwerte (Punkte)

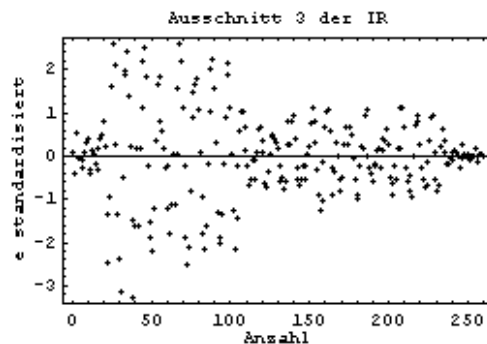


Abbildung 5-13 Standardisierte Residuen aus Abbildung 5-12

Die Residuen e_n werden mit $e_n = u_n - f_{\text{mod}_n}$ gebildet. Ihre Verteilung soll bei richtiger Modellanahme zufällig um die Nulllinie sein.

Um eine einheitliche Darstellung aller Abschnitte für deren Residuen zu haben, werden die Residuen normiert. Man spricht dann von standardisierten Residuen (Abb. 5-13). Standardisierte Residuen erhält man mit der Gleichung 5-32. Die standardisierten Residuen liegen nun zwischen $+3$ und -3 in der Abbildung 5-13. Bei der Anzahl der Abtastwerte von 1 bis ca. 100 ist die Abweichung zwischen den Originalwerten und dem Modell größer als von ca. 150 bis 250 (Abb. 5-13). Besonders gut ist die Approximation für die Abtastwerte in der Abbildung 5-13 von 250 bis 260. Hier schwanken die Residuen nur wenig um die Nulllinie.

$$e_{sn} = \frac{e_n}{s(e_n)} \quad \text{mit} \quad s(e_n) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - \bar{e})^2} \quad \text{Gleichung 5-32}$$

Normiert man die Residuen entsprechend der Anzahl der Parameter in der Modellgleichung, so erhält man Gleichung 5-33.

$$e_{Nn} = \frac{e_n}{s(e_n)} \text{ mit } s(e_n) = \sqrt{\frac{1}{N - A_p} \sum_{i=1}^N (e_i - \bar{e})^2} \quad \text{Gleichung 5-33}$$

In der Gleichung 5-33 ist A_p die Anzahl der Parameter in der Modellgleichung. Deutlich zu erkennen sind Werte, die außerhalb dieser Grenzen liegen. Dann erhält man einen Residuenplot der normierten Residuen, der zwischen ± 2 liegt.

So zum Beispiel können die Residuen des 1. und des 3. Abschnitts gegenübergestellt werden (Abbildungen 5-14 und 5-15). Zur weiteren Untersuchung der normierten Residuen soll eine spektrale Betrachtung erstellt werden.

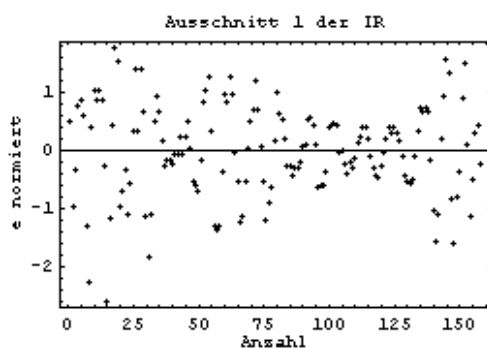


Abbildung 5-14 Normierte Residuen Abschnitt 1

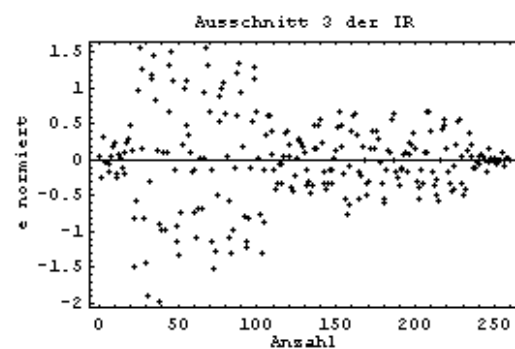


Abbildung 5-15 Normierte Residuen Abschnitt 3

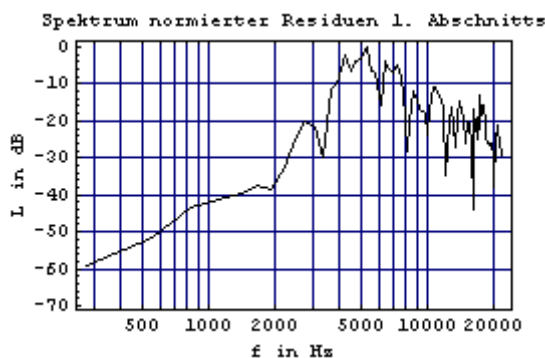


Abbildung 5-16 Spektrum der Abbildung 5-14

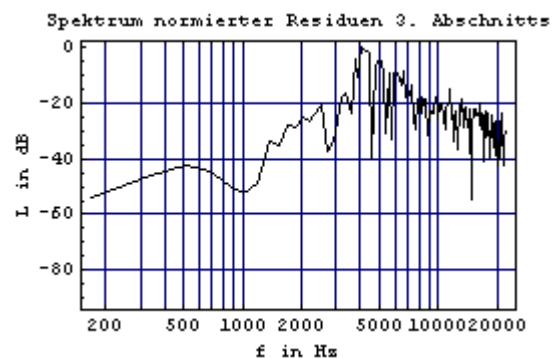


Abbildung 5-17 Spektrum der Abbildung 5-15

Für die dargestellten Spektren der normierten Residuen beider Abschnitte (Abb. 5-16 und 5-17) gilt gleichermaßen, dass die tiefen Frequenzen vom Modell gut erfasst werden, höhere Frequenzen weniger gut.

Ebenso wurden die Vorzeichen der Residuen untersucht. Im Ergebnis konnte festgestellt werden, dass die Vorzeichen der Werte des Analyseabschnitts und die Vorzeichen der Residuen nicht übereinstimmen. Das deutet auf eine gute Approximation hin.

Zusätzlich kann noch eine Korrelation der beiden Vorzeichenfolgen durchgeführt werden. Der Zusammenhang betrug in diesem Fall 7 % - kein Zusammenhang.

Die Summe der Residuen soll annähernd Null sein mit $\sum_n e_n \approx 0$. Das wird annähernd für die einzelnen Abschnitte erreicht. Die Verteilung der Residuen ist für das entsprechende Beispiel annähernd normalverteilt, das ergaben durchgeführte Tests. Es gibt noch weitere Möglichkeiten der Untersuchung der Residuen, die jedoch im Ergebnis nicht benötigt werden [Cha1995].

5.1.6 Verringerung der Parameter in der Modellgleichung

Will man die Gesamtmenge aller möglichen Gleichungsvarianten betrachten, so ist das nur möglich, wenn die Anzahl der Parameter z.B. 6 nicht übersteigt, denn die Anzahl der zu schätzenden Gleichungen mit $A_p = 6$ bestimmt sich zu $2^6 = 64$ Gleichungen. Aus diesen Gleichungen wären dann die zu bestimmen, die einen guten r-Wert erreichen. Da die Anzahl der zu untersuchenden Gleichungen stark anwächst mit steigender Zahl der Parameter, ist dieses Vorgehen nicht praktikabel.

Zur Variablenselektion werden sogenannte Einzelschrittverfahren verwendet. Bei einem solchen Verfahren kommt immer nur eine Variable bzw. ein Parametersatz in das Modell dazu. Dabei müssen maximal $A_p + 1$ Gleichungen untersucht werden, was bei einer Parameteranzahl von 300 noch 301 zu untersuchende Gleichungen nach sich zieht. Dabei unterscheidet man die Vorwärts- und die Rückwärtsselektion sowie die schrittweise Methode. Die Vorwärtsselektion scheidet in diesem Fall aus, da mit dieser Variante der Variablenselektion kein sinnvolles Ergebnis erzielt werden kann. Das Verfahren beginnt mit einer Gleichung ohne erklärende Variable. Das Verfahren der schrittweisen Selektion arbeitet im wesentlichen wie die Vorwärtsselektion, nur dass bei jedem Schritt auch die Möglichkeit besteht Variable auszusondern, die bereits in die Gleichung aufgenommen wurden. Beim Verfahren der Rückwärtsselektion bzw. besser Rückwärtselimination beginnt man mit der vollständigen Gleichung und eliminiert Variable sukzessive. Die Variablen werden entsprechend ihres Beitrages zur Residuensumme eliminiert. Dabei wird zuerst die Variable entfernt, die die Residuenquadratsumme am geringsten ansteigen lässt. Das entspricht der Variable mit dem kleinsten Quotienten aus Regressionskoeffizient und Standardfehler des Koeffizienten. Nachdem eine solche Variable (oder mehrere solche Variablen) gefunden ist, wird diese aus der Gleichung entfernt, und die Gleichung wird für die verbleibenden Variablen neu geschätzt und neu untersucht. Aus diesem Grund ist durch sukzessives Weglassen eines Parameters eher ein sinnvolles Ergebnis erzielbar. Dabei wird das Modell jeweils neu berechnet, wenn eine Startwertgruppe herausgenommen und der r-Wert mit dem vorherigen verglichen wird. Für jeden dieser Schritte kann dann erneut eine Residuenanalyse durchgeführt werden. Das ist bei einem gewissen Umfang an unterschiedlichen Modellen sehr aufwendig.

Als effektiveres Verfahren soll die Anzahl der Parameter mit Hilfe der Fisherschen Informationsmatrix verkleinert werden. Es gilt zum Beispiel die Modellvorgabe mit Gleichung 5-11:

$$h(t) = \sum_p a_p \sin(b_p t)$$

mit $\Theta = (a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_p, b_p)^T$ und $\Theta_1 = a_1, \Theta_2 = b_2, \dots$

$$h_i = f(t_i, \Theta) + \varepsilon_i \text{ mit } i = 1, 2, \dots, N$$

$$F = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(t_1)}{\partial \Theta_1} & \frac{\partial f(t_1)}{\partial \Theta_2} & \dots & \frac{\partial f(t_1)}{\partial \Theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(t_N)}{\partial \Theta_1} & \frac{\partial f(t_N)}{\partial \Theta_2} & \dots & \frac{\partial f(t_N)}{\partial \Theta_p} \end{pmatrix} \quad \text{Gleichung 5-34}$$

$$\text{approximiertes Modell } h_i = \frac{\partial f}{\partial \Theta_1} \Theta_1 + \frac{\partial f}{\partial \Theta_2} \Theta_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial \Theta_p} \Theta_p + \varepsilon_i$$

Mit der Gleichung 5-35 lässt sich nun ein statistischer Test durchführen, in dem jeder Parameter der Modellgleichung auf seine Bedeutung hin überprüft wird.

$$\hat{V}_A = \frac{1}{N} \sigma^2 I^{-1} \doteq \sigma^2 \left(F(\hat{\Theta})^T F(\hat{\Theta}) \right)^{-1}$$

$$\hat{V}_A = \left(F(\hat{\Theta})^T F(\hat{\Theta}) \right)^{-1}$$

$$\sqrt{N}(\hat{\Theta} - \Theta) \xrightarrow{\text{Verteilung}} N(0, \sigma^2 I^{-1})$$

$$\hat{\Theta} \stackrel{\text{asymt.}}{\sim} N(0, \sigma^2 I^{-1})$$

Verringerung der Stützstellen der umgewandelten IR mit der Annahme $H_0: \Theta_k = 0$ und der

Testgröße T mit $T = \frac{\hat{\Theta}_k}{\hat{\sigma} \sqrt{(\hat{V}_A)_{kk}}}$, wenn $|T| > \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}}$ mit $\alpha = 0,05$, dann wird die Annahme abgelehnt.

$$\sigma \text{ wird aus Punkt 5.1.4 mit } \Delta SAQ_{MOD_{mittel}} = \sigma^2 = \frac{1}{N - A_p} \sum_{i=1}^N (f_{\text{mod}_i} - u_i)^2 \text{ mit } \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

bestimmt. Dieses Verfahren ist eindeutig bei der Bestimmung der sinnvollen Parameter. Ein Nachteil ist jedoch, dass bei einer großen Anzahl an Parametern sehr große Matrizen (beispielsweise 166x260 oder 320x505 oder größer) entstehen, die bei der Lösung des Problems sehr viel Rechenzeit erfordern.

5.2 Untersuchung der Approximation an Originaldaten (transientes Signal)

Hier wurde die IR, die in einem Sprecherraum der TUI gemessen wurde, entsprechend der Abb. 4-11 verwendet.

Die Modellgleichung für die Approximation ist die Gleichung 5-2. Aber auch die Modellgleichungen 5-1, 5-6 und 5-7 können verwendet werden. Dazu nachfolgend ein Beispiel (Abb. 5-18) für maximal drei Funktionen innerhalb der Modellgleichung. Aus der Abb. 5-18 ist ersichtlich, dass für die Modellgleichungen unterschiedliche Funktionsverläufe in Abhängigkeit der Parameter zu erwarten sind. Ähnliches Verhalten im Verlauf zeigen die

Gleichungen 5-6 und 5-7. Bei der Anwendung der Modellgleichungen 5-6 und 5-7 muss die mittlere Dämpfung bestimmt (Gleichung 4-9) und aus der IR entfernt werden.

Mit 5-1 wird eine schnelle Dämpfung des Signalverlaufs erreicht. Verwendet man Gleichung 5-2 anstatt Gleichung 5-3, verringert sich die Anzahl der Parameter in der Modellgleichung.

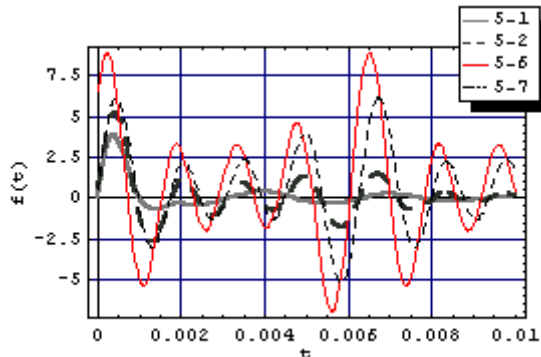


Abbildung 5-18 Beispielfunktionenverläufe der Modellgleichungen

Da das gesamte Signal approximiert werden soll, gibt es nur diesen einen Zeitabschnitt, in dem das Signal aufgenommen wurde. Eine weitere Unterteilung erfolgt an dieser Stelle zunächst nicht. Entsprechend kann mit der Startwertgewinnung fortgefahren werden.

5.2.1 Startwerte für das transiente Signal

Für Gleichung 5-1 werden die Amplitudenstartwerte als lokale Maxima dem Zeitsignal entnommen. Die Startwerte für die Frequenz in der Modellgleichung werden aus dem Zeitsignal geschätzt.

Mit der DFT können die Startwerte für den Summenterm in den Gleichungen 5-2, 5-6 und 5-7 bestimmt werden.

Für die Dämpfungsstartwerte werden bestimmte zeitliche Abschnitte betrachtet. Aus diesen Abschnitten werden Dämpfungswerte für 5-1 bestimmt.

Die Bestimmung der mittleren Dämpfung als Startwert kann mit Gleichung 4-9 für die Modellgleichungen 5-2, 5-6 und 5-7 erfolgen.

Für die gesamte Länge der IR wird die nichtlineare Regression für die Modellgleichungen 5-1, 5-2, 5-6 und 5-7 durchgeführt, um die Ergebnisse der Approximation der einzelnen Modellgleichungen in der Tabelle 5-2 gegenüberzustellen.

5.2.2 Approximation des transienten Signals

Für die Modellgleichung 5-2 wurde die Anzahl der überlagerten Sinusfunktionen zunächst auf 100 begrenzt. Das ergibt für Gleichung 5-2 eine Anzahl von 201 Parametern. Damit konnte eine gute erste Annäherung für das Gesamtsignal erreicht werden. In den Abbildungen 5-19 bis 5-22 ist das Original gestrichelt und das Modell mit einer durchgezogenen Linie dargestellt. Gerade die ersten Reflexionen konnten relativ gut durch die Modellfunktion nachgebildet werden (Abb. 5-19, Modellfunktion durchgezogene Linie, Original gestrichelt).

Jedoch wurde die Anpassung nach ca. $\frac{1}{3}$ der Abtastwerteanzahl nach dem Direktschall schlechter (Abb. 5-20).

Die einzelnen Kennwerte zur Approximation sind in der Tabelle 5-2 aufgeführt und den Werten der anderen Modellgleichungen gegenübergestellt. Um mit Gleichung 5-2 eine Verbesserung zu erreichen, wird eine Erhöhung der Anzahl der Parameter bzw. eine Erhöhung der Anzahl der überlagerten Sinusfunktionen vorgenommen. Verdoppelt man die Anzahl der überlagerten Sinusfunktionen auf 200, so erhöht sich die Anzahl der Iterationsschritte und damit auch die Rechenzeit sehr stark. Das Ergebnis kann verbessert werden. Gerade die Anpassung an die ersten Reflexion zeigen dies in der Abb. 5-21 deutlich.

Jedoch bleibt die Abweichung der Modellgleichung vom Original nach ca. $\frac{1}{3}$ der Abtastwerteanzahl nach dem Direktschall bestehen (Abb. 5-22), so dass man theoretisch noch mehr Parameter in die Modellgleichung einbringen müsste. Das aber ist wegen der weiter steigenden Rechenzeit nicht sinnvoll.

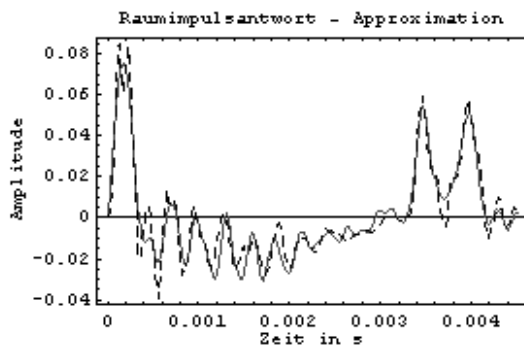


Abbildung 5-19 erste Reflexionen für IR und Modellfunktion mit 201 Parametern

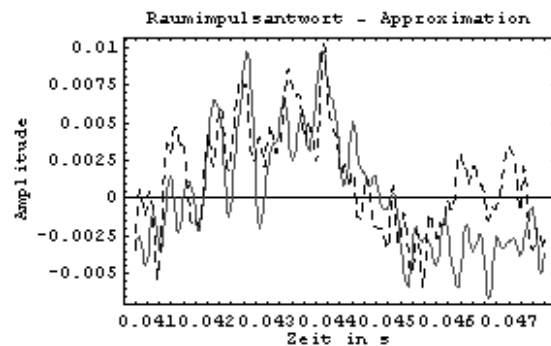


Abbildung 5-20 Beginn der Ungenauigkeit des Modells mit 201 Parametern

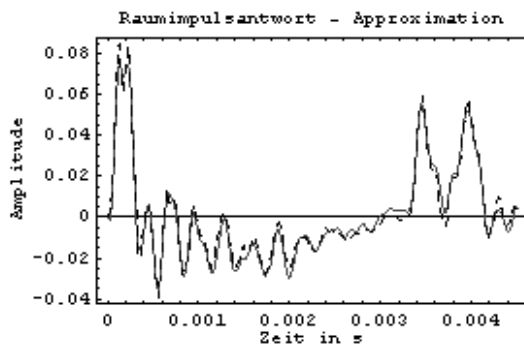


Abbildung 5-21 erste Reflexionen für IR und Modellfunktion mit 401 Parametern

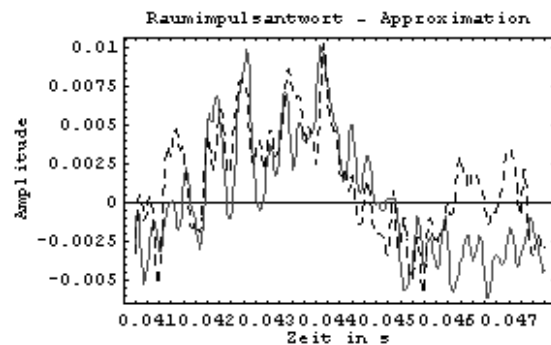


Abbildung 5-22 Beginn der Ungenauigkeit des Modells mit 401 Parametern

Für die Modellgleichung 5-1 wurden ähnliche Anpassungsergebnisse erreicht wie für Gleichung 5-2. Auch die Abbildungen für die ersten Reflexionen und der Beginn der Ungenauigkeit sehen ähnlich aus, so dass diese hier nicht weiter dokumentiert werden. In der Tab. 5-2 wird bestätigt, dass mit einer Verdopplung der Anzahl der Parameter für 5-1 nicht nur eine Verbesserung der Approximation erzielt wird, sondern dass auch der Beginn der Ungenauigkeit oder des Weglaufens des Modells nach hinten verschoben wird.

Die Normierung der gemessenen IR hat fast keinen Einfluss auf die Approximation, was an Hand des Vergleichs der Werte für die Modellgleichungen 5-1 und 5-2 in der Tab. 5-2 zu sehen ist.

Modellgleichung	Anzahl der Abtastwerte	Anzahl der Parameter	r in %	Ungenau nach N Abtastwerten
5-2	6086	201	92,7	ca. 1900
5-2	6086	401	95,3	ca. 1900
5-1	6086	300	94,6	ca. 1900
5-1	6086	600	96,8	ca. 2250
5-6	6086	400	83,1	Bestimmte zeitliche Abschnitte werden nicht gut erfasst
5-6	6086	800	84,9	Bestimmte zeitliche Abschnitte werden nicht gut erfasst
5-7	6086	300	80,9	Bestimmte zeitliche Abschnitte werden nicht gut erfasst
5-7	6086	600	81,4	Bestimmte zeitliche Abschnitte werden nicht gut erfasst
5-2 IR normiert	6086	201	92,7	ca. 2200
5-1 IR normiert	6086	300	94,77	ca. 2200

Tabelle 5-2 Gegenüberstellung der Modellgleichungen

Die in der Tab. 5-2 aufgeführten Maßkorrelationswerte r sind recht gut. Jedoch bedarf es einiger Zeit, bis die Modellfunktion gefunden ist. Die Rechenzeit wird dann größer, wenn mehr Parameter in der jeweiligen Modellgleichung verwendet werden. Die Approximation über alle Abtastwerte ist bei entsprechender Betrachtung noch nicht ausreichend gut. Auch sind die dadurch entstehenden Funktionen sehr groß bzw. besitzen eine große Anzahl an Termen.

Eine weitere Verbesserung kann für diese Modellgleichungen nur durch die Erhöhung der Anzahl der Parameter erreicht werden, was zu einer deutlichen Erhöhung der Rechenzeit führt. Ein Beispiel dafür liefert die Modellgleichung 5-7, in der die Verdopplung der Anzahl der Parameter gerade einmal 1,5 % Verbesserung von r ergibt, wobei sich die Rechenzeit verdreifacht hat. Die geringeren r -Werte bei den Modellgleichungen 5-6 und 5-7 sind auf meist zu geringe Amplituden des Modells zurückzuführen.

Hier wurde eine in einem kleinen Raum gemessene IR betrachtet. D.h., dass das Ergebnis für die Approximation der IR über alle Abtastwerte von größeren Räumen schlechter werden wird.

Diese Modelle sind so nicht ausreichend für eine optimale Koeffizientenanzahl eines IIR-Filters.

Es ist daher sinnvoll, die Anzahl der Abtastwerte auf irgend eine Art zu verringern.

5.2.3 Approximation des transienten Signals bei Verringerung der Abtastwertanzahl

Um die Messwerte um den Faktor 7 zu reduzieren, wurden je 7 Abtastwerte über den Mittelwert zu einem Wert zusammengefasst (Dezimierung) – also: die Werte 1 bis 7 gemittelt ergeben einen neuen Wert, anschließend wurden die Werte 8 bis 14 gemittelt usw. Mit dieser Art der Filterung verringerte sich die Anzahl der Abtastwerte erheblich, zum Beispiel von ca. 10913 auf 1559, und auch die Abtastfrequenz verringerte sich von 80 kHz auf 11,4286 kHz.

Die Startwerte wurden, wie im Punkt 5.1.1 beschrieben, für Modellgleichung 5-2 berechnet.

Das Ergebnis der Anpassung konnte so nicht verbessert werden. Die Rechenzeit verringerte sich von ca. 5 Stunden auf ca. 5 Minuten bei Beibehaltung der Anzahl der Parameter.

Damit jedoch nur eine relativ kleine Anzahl an Abtastwerten für die Regression verwendet wird, muss das Signal in zeitliche Abschnitte unterteilt werden.

5.3 Modellgleichung zum Verfahren 1

Aus der IR (transientes Signal) wird mit der Gleichung 4-9 die mittlere Dämpfung entfernt, so dass kein transientes Signal mehr vorliegt. An dieser Stelle kann nun von einem quasi Rausch oder einem Signal vieler unterschiedlich überlagerter Sinus- und / oder Kosinus-Schwingungen gesprochen werden. Für dieses Signal (Abb. 5-23) ist das Betragsspektrum in der Abb. 5-24 dargestellt. Da die IR am Anfang und am Ende gekürzt wurde, wird nun vom Ausschnitt der IR bzw. des umgeformten Signals gesprochen.

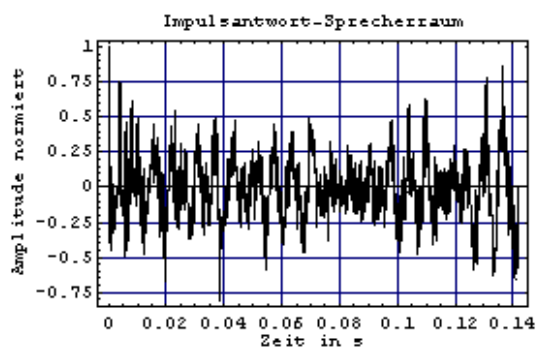


Abbildung 5-23 IR ohne mittlere Dämpfung

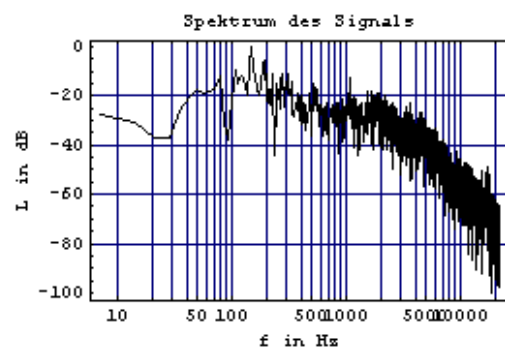


Abbildung 5-24 Übertragungsfunktion des Signals aus Abb. 5-23

Das so veränderte Signal wird in Abschnitte unterteilt. Ein Signalabschnitt ist durch den linken und den rechten Nulldurchgang begrenzt. So erhält man Signalabschnitte, die einmal eine positive halbe Quasi-Schwingung oder eine negative halbe Quasi-Schwingung darstellen. Setzt man zwei nebeneinanderliegende Abschnitte zusammen, so erhält man eine Quasi-Schwingung (besteht aus der Überlagerung mehrerer Sinusschwingungen). Die entstehende Anzahl solcher Abschnitte liegt für die umgeformte IR zwischen ca. 160 ... 320. Zur Betrachtung eignen sich Abschnitte zu Quasi-Schwingungen, denn sie haben eine meist ausreichend große Anzahl an Abtastwerten in diesem zeitlichen Intervall, und eine Approximation mit den Modellgleichungen 5-5 bis 5-7 und 5-11 ist möglich. Da der Phasenwinkel keine weitere Relevanz hat, wird er in den Modellgleichungen weggelassen. Damit wird ein Parameter gespart, was zu einer kürzeren Berechnungszeit führt.

Betrachtet wird nun beispielsweise die Modellgleichung 5-11. Entsprechend müssen die Startwerte zur Approximation mit der Gleichung 5-11 bestimmt werden.

5.3.1 Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung 1

Ausgangspunkt für die Approximation und damit auch für die Bestimmung der Startwerte ist ein Abschnitt aus der umgeformten, gemessenen IR, der eine Quasi-Schwingung darstellt. Ein solcher Abschnitt hat meist nur wenige Abtastwerte im Vergleich zur IR, so dass bei der Bestimmung der Startwerte eine große Auswertefrequenz bei der DFT bestimmt wird. Dabei werden aber zu wenig Startwerte aus dem Spektrum bestimmt.

Greift man sich nun einen Abschnitt einer Quasi-Schwingung heraus und bestimmt das Spektrum für diesen Abschnitt, so sieht man deutlich, wie schwer es ist, daraus eine ausreichende Anzahl Startwerte zu bestimmen. Außerdem sind die so gefundenen Startwerte sehr grob, d.h. dass das Regressionsverfahren viele Iterationsschritte benötigt, um eine sinnvolle Approximation zu erzielen.

Aus dem Abschnitt einer Quasi-Schwingung werden aus dem Betragsspektrum die lokalen Maxima der Amplituden, die Position bzw. die Frequenz für diese lokalen Maxima bestimmt. Bei dieser Vorgehensweise stellt man fest, dass Abschnitte mit einer relativ großen Anzahl an Abtastwerten sehr gut approximiert werden. Der Maßkorrelationskoeffizient liegt dann bei 98%...99%. Aber es gibt auch Abschnitte, die nicht gut approximiert werden, weil wenige Startwerte für die nichtlineare Regression gefunden werden.

Geht man davon aus, dass die DFT eine virtuelle periodische Fortsetzung des Analyseausschnittes impliziert (kann man den Analyseausschnitt weiter fortsetzen), so wird die Rasterung der Auswertefrequenz feiner. Nachteil sind Sprünge, die durch das Aneinandersetzen zwischen dem linken und dem rechten Rand des Ausschnittes entstehen. Im Spektrum des periodifizierten Ausschnitts hat man dann mehr Maxima (Abb. 5-26).

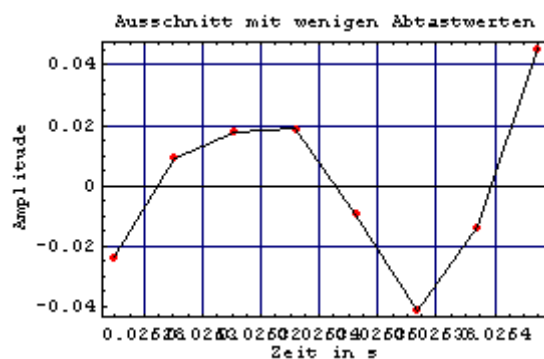


Abbildung 5-25 Beispiel eines zeitlichen Ausschnitts einer Quasi-Schwingung

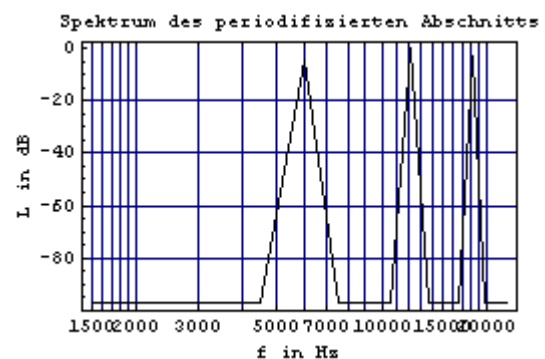


Abbildung 5-26 Spektrum des periodifizierten Ausschnitts aus Abb. 5-25

Eine andere Möglichkeit ist die scheinbar bessere Frequenzauflösung durch sogenanntes zero-padding. Dieses Verfahren bietet zwar eine einfache Möglichkeit, die Anzahl der Punkte im Spektrum zu vergrößern, aber eine Erhöhung der Frequenzauflösung wird dadurch nicht erreicht. Dabei entspricht dann die Punkteanzahl im Spektrum nicht mehr der Fenstergröße bzw. des betrachteten Signalausschnittes. Außerdem können neben den originalen Maxima im Amplitudenspektrum nun „zusätzliche“ Maxima entstehen.

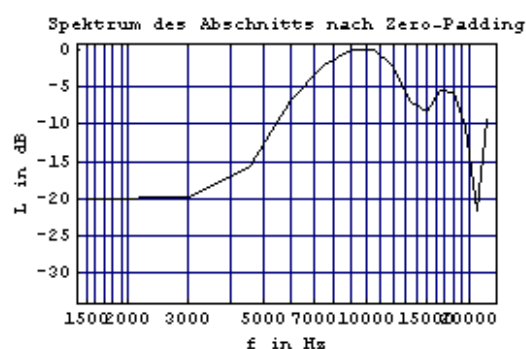


Abbildung 5-27 Spektrum von Abb. 5-25 nach zero-padding

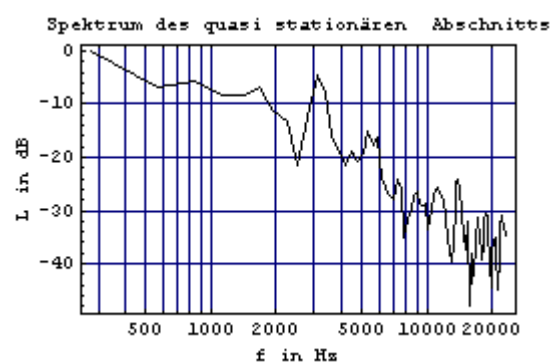


Abbildung 5-28 Spektrum des ersten quasistationären Abschnitts

Die effektivste Möglichkeit ist es, so viele Abschnitte zusammenzufügen, bis sie in etwa die gleiche Varianz des Direktschallabschnittes haben. Dann ist auch die Rasterung der Auswertefrequenzen feiner bzw. ausreichend klein (Abb. 5-28).

5.3.2 Approximation der IR

Für die Modellgleichungen in der Tabelle 5-3 wird für zeitliche Abschnitte (Quasi-Schwingungen) eine Approximation durchgeführt. Es ist eindeutig ersichtlich, dass mit Hilfe der Periodifizierung eine Verbesserung der Approximation erzielt wird. Um einen Überblick zu erhalten, wurde in der Tabelle 5-3 der mittlere \bar{r} – Wert verwendet, der aus den \bar{r} – Werten aller Abschnitte bestimmt wurde.

Modellgleichung	\bar{r} ohne Periodifizierung der zeitlichen Abschnitte	\bar{r} mit Periodifizierung der zeitlichen Abschnitte	\bar{r} mit zero-padding der zeitlichen Abschnitte	Anzahl der Abschnitte
5-11	97,04 %	99,27 %	87,84 %	172
5-5 mit $c = 0$	98,46 %	98,12 %	91,26 %	172
5-6 mit $c = 0$	97,90 %	96,90 %	90,57 %	172

Tabelle 5-3 Gegenüberstellung der Gütemaße

Bei allen Modellgleichungen, die in der Tabelle 5-3 zur Approximation verwendet wurden, kommt es zu mehr oder minder starken Unstetigkeitsstellen zwischen den einzelnen Abschnitten (beispielsweise für Modellgleichung 5-11 aus der Tab. 5-3 in der Abb. 5-29). In der Abbildung 5-29 sind das Modell als durchgehende Linie und die Originalwerte als Punkte dargestellt. Die Korrektur dieser Unstetigkeiten verursacht einen zusätzlichen Berechnungsaufwand.

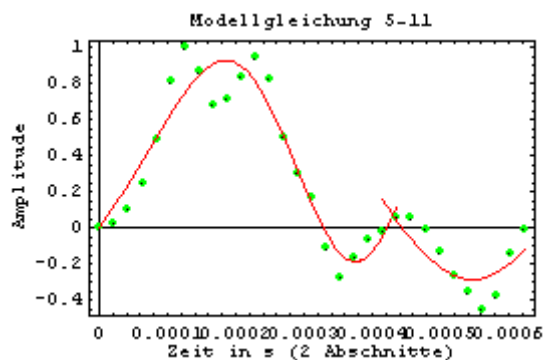


Abbildung 5-29 Unstetigkeiten zwischen den zeitlichen Abschnitten

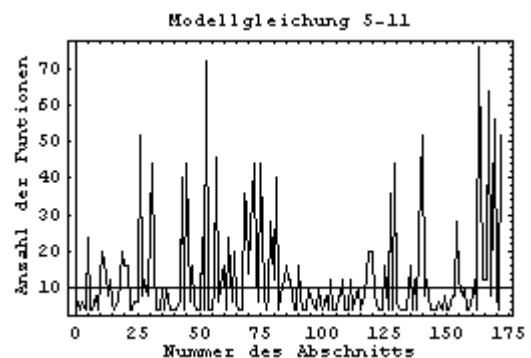


Abbildung 5-30 Anzahl der Funktionen pro Abschnitt für 5-11 mit $\bar{r} = 97,04$ %

In der Abbildung 5-30 ist die Anzahl der Funktionen, die zur Approximation eines zeitlichen Abschnitts verwendet wird, für Gleichung 5-11 ohne Periodifizierung der einzelnen Abschnitte dargestellt. Die Anzahl der Funktionen erhöht sich für die anderen Modellgleichungen und erhöht sich weiter bei Periodifizierung der zeitlichen Abschnitte und beim zero-padding.

Um die Approximation zu verbessern, werden die zeitlichen Abschnitte zu quasi stationären Abschnitten zusammengefasst. Damit liegt eine entsprechend große Anzahl an Abtastwerten im quasi stationären Abschnitt vor, so dass auf Periodifizierung und zero-padding verzichtet werden kann.

5.3.3 Optimierung der Anpassung durch Variation der Vorgaben

Durch die Verwendung quasi stationärer Abschnitte zeigt sich eine Verbesserung in der Approximation hinsichtlich der Unstetigkeitsstellen. Dazu vergleiche man die Abbildungen 5-29 und 5-31. Wie aus der Abbildung 5-31 zu ersehen ist, gibt es keine sichtbaren Unstetigkeitsstellen zwischen den beiden Abschnitten. Das trifft auch auf die anderen quasi stationären Abschnitte zu.

In der Tabelle 5-4 sind die Gütemaße der einzelnen quasi stationären Abschnitte für die verwendete Modellgleichung 5-11 gegenübergestellt. Aus der Anzahl der Parameter lässt sich die Anzahl der Terme für Modellgleichung ableiten. Dividiert man die Anzahl der Parameter durch zwei, dann erhält man die Anzahl der aufsummierten Sinusfunktionen (Modellgleichung 5-11) für den entsprechenden Abschnitt. Jedoch steigt die Rechenzeit dadurch sehr stark an. Ähnlich ist das auch bei den Modellgleichungen 5-5 und 5-6.

Nr. stationärer Abschnitt	Anzahl der Parameter	Anzahl der Abtastwerte	r in %	Ausreißer im Modell
1	128	172	97,9	Keine
2	90	121	98,25	Keine
3	210	282	96,88	Keine
4	282	379	97,45	Keine
5	288	388	96,65	Keine
6	340	458	96,67	Keine
7	542	728	98,4	Keine
8	568	762	98,82	Keine
9	652	874	97,51	Keine
10	452	608	96,17	Keine
11	444	597	98,42	Keine
12	412	554	98,59	Keine
13	500	670	98,68	Keine
14	292	392	99,38	Keine
15	130	175	99,39	Keine

Tabelle 5-4 Kennwerte für stationäre Abschnitte einer IR

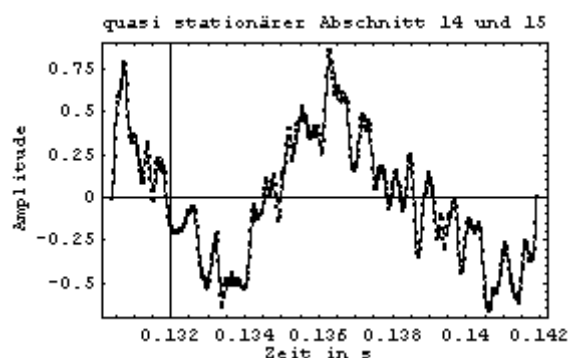


Abbildung 5-31 Zwei quasistationäre Abschnitte

5.3.4 Statistische Maßzahlen

Für die Auswertung der Güte der Anpassung sollen die statistischen Maßzahlen R und r gegenübergestellt werden. Dabei ist r der Korrelationskoeffizient und R der

Bestimmtheitskoeffizient, der aus $\sqrt{R^2}$ bestimmt wird. Er gibt das Verhältnis der noch nicht angepassten Daten wieder. Der R^2 -Wert ist ein Indikator dafür, wie gut das Modell den Daten angepasst ist (z.B., ein R^2 nahe 1 zeigt an, dass wir fast alle Veränderlichkeiten mit den im Modell spezifizierten Variablen erklärt haben). R^2 wird bestimmt aus 1 minus dem Verhältnis der Residuenquadratsumme zur Gesamtquadratsumme. Dieser R-Wert liefert dann einen vergleichbaren Wert zu r. Da sich bei den Berechnungen gezeigt hat, dass r robuster ist, wird nun nur noch als Gütemaß der Korrelationskoeffizient r verwendet.

5.3.5 Residuenanalyse

Da die Approximation für die quasi stationären Abschnitte schon recht ordentlich ist, wird die Residuenanalyse durchgeführt, um zu prüfen, ob die Modellannahmen zutreffen. Für die Residuenanalyse eignen sich meist Abschnitte, die einen schlechten r-Wert haben. In einem solchen Abschnitt muss geklärt werden, ob eventuell die Modellgleichung geändert oder die Anzahl der Parameter vergrößert werden muss. Bei der optimierten Version mit quasistationären Abschnitten gibt es kaum einen Abschnitt, der speziell untersucht werden müsste. Als Beispiel sei der Abschnitt Nummer 15 mit der Modellgleichung 5-11, einem $r = 99,39\%$ und einer Anzahl der Parameter von 130 gewählt. Die Residuen werden entsprechend Gleichung 5-33 normiert. Dann erhält man für den als Beispiel betrachteten quasi stationären Abschnitt 15 einen Residuenplot der normierten Residuen, wobei diese zwischen ± 2 liegen (Abb. 5-32).

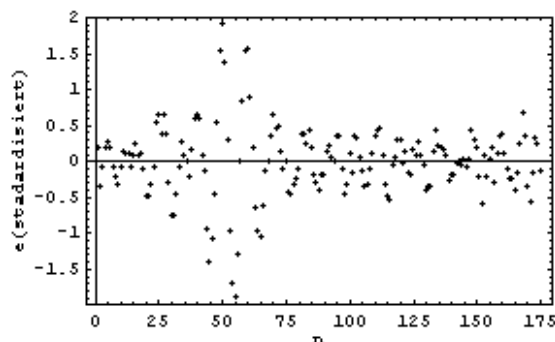


Abbildung 5-32 Standardisierte Residuen aus Abschnitt 15

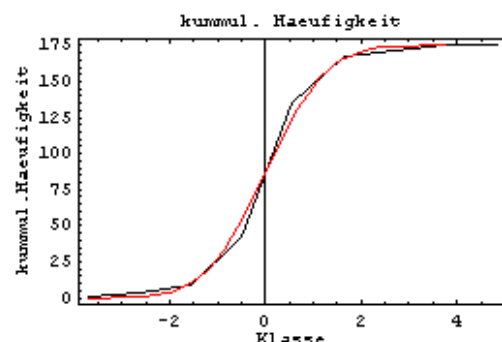


Abbildung 5-33 Verteilungskurve der Residuen von Abschnitt 15

Ein deutliches Muster ist in der Abb. 5-32 nicht erkennbar. Es existiert keine Vorzeichenkorrelation zwischen den Vorzeichen des quasistationären Abschnitts und den Vorzeichen der Residuen, was auf eine gute Anpassung der Modellfunktion an die Originaldaten schließen lässt. Entsprechend der Abbildung 5-33 kann von Normalverteilung ausgegangen werden. Für diesen Abschnitt muss das Modell nicht verändert werden.

Durch die Residuenanalyse konnten keine neuen Informationen zur Approximation gewonnen werden. Sie ist daher eher im Einzelfall bei nicht sehr gut approximierten Abschnitten anzuwenden, um eventuelle Ursachen herauszufinden.

Prinzipiell reicht so das Gütemaß r aus, um die Approximation zu beurteilen.

Sinnvoll scheint aber die Prüfung der Notwendigkeit der Anzahl der Parameter, da eine große Anzahl von, wie hier in der Modellgleichung 5-11, additiv überlagerter Sinusfunktionen für einen quasi stationären Abschnitt zu einer sehr hohen Koeffizientenanzahl beim Filter führt. Da fast alle Abschnitte solches Verhalten zeigen, wird folgend die Verkleinerung der

Parameteranzahlen pro quasi stationären Abschnitt mit einem geeigneten Verfahren untersucht.

5.3.6 Verringerung der Parameterzahlen

Die Verkleinerung der Parameterzahl in der Modellgleichung ist nur für Abschnitte geeignet, die einen sehr guten r-Wert haben (zum Beispiel $r = 99,39\%$). Hier muss untersucht werden, ob die Anpassung mit beispielsweise weniger als 130 Startwerten bzw. Parameteranzahlen für den quasi stationären Abschnitt 15 zu einem vergleichbar guten Ergebnis führt. Das kann zunächst durch sukzessives Weglassen eines Parametersatzes geprüft werden. Dabei dient der r-Wert als Gütekriterium. An ihm wird abgelesen, wann eine deutliche Verschlechterung der Approximation für das gewählte Beispiel (quasi stationärer Abschnitt 15) auftritt. Das ist in der Tabelle 5-5 dokumentiert. Dieses Vorgehen ist etwas umständlich. Da sowohl der r-Wert als auch eine graphische Überprüfung durchgeführt werden muss, soll eine weitere Möglichkeit betrachtet werden.

Abschnitt 15 aus Tab. 5-4	Anzahl der Abtastwerte	r in %	Bemerkung
Anzahl der Parameter			
130	175	99,39	
128	175	99,39	
126	175	99,39	
124	175	99,37	
122	175	99,39	Anstieg der Rechenzeit auf ca. 1 min
120	175	99,37	
118	175	99,35	
116 ...	175	99,33	
... 110 ...	175	99,24	Anstieg der Rechenzeit auf ca. 2 min
... 104 ...	175	99,09	Anstieg der Rechenzeit auf ca. 10 min
... 98 ...	175	98,29	
... 92 ...	175	97,95	
... 86 ...	175	97,85	
... 80 ...	175	97,78	
... 74 ...	175	97,38	
... 68 ...	175	97,35	
... 62 ...	175	97,29	
... 56 ...	175	97,06	
... 50 ...	175	97,08	
... 44 ...	175	96,89	
... 38 ...	175	93,87	Modellfunktion wird ungenau; Überschwinger an den Enden; Verflachung (Linearisierung) in der Mitte des Datensatzes
... 32 ...	175	92,07	Keine gute Anpassung mehr in der Mitte des Datensatzes
... 26	175	85,2	Modellfunktion eher unbrauchbar

Tabelle 5-5 Verringerung der Parameter

Zur Verringerung der Parameteranzahl soll die Fischersche Informationsmatrix \mathbf{F} (Gleichung 5-34), wie im Abschnitt 5.1.6 vorgestellt, verwendet werden.

Für den als Beispiel ausgewählten Abschnitt aus Tabelle 5-5 mit 130 Parametern soll das hier kurz aufgezeigt werden. Aus der bestimmten Matrix wird die Hauptdiagonale entnommen.

Wenn $\sigma^2 = \frac{1}{N - A_p} \sum_{i=1}^N (f_{\text{mod}_i} - u_i)^2$ bekannt ist und auch die Werte der Parameter bekannt sind, kann die Testgröße T für jedes Hauptdiagonalelement und jeden Parameterwert bestimmt werden. Erfüllt die Testgröße T die Bedingung $|T| > \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}}$, dann wird der

entsprechende Parameterwert beibehalten. In diesem Fall können 38 Parameterwerte entfallen. Damit hat dann das Modell nur noch 92 Parameter. Das führt zu einem noch brauchbaren Ergebnis bei der Approximation. Mit diesem Verfahren ist eine ernst zu nehmende Reduzierung der Parameteranzahlen möglich.

Abschließend kann festgestellt werden, dass eine gute Approximation erreicht wird. Jedoch ist die Anzahl der Parameter immer noch groß, so dass die Koeffizientenanzahl ebenfalls groß bleibt.

Es bietet sich daher an, ein anderes Modell zu verwenden (Gleichung 5-12 bzw. 5-13).

5.4 Modellgleichung zum Verfahren 2

Für das 2. Verfahren wird ebenfalls eine einzige, einfache Modellgleichung verwendet. Diese ergibt sich, nachdem die mittlere Dämpfung mit Gleichung 4-9 aus der IR herausgerechnet und das daraus entstandene Signal in Abschnitte zu quasi halben Sinusschwingen zerlegt wurde. Dabei wird ein bestimmter zeitlicher Abschnitt in Abhängigkeit der Nulldurchgänge betrachtet, in den sich eine Parabel der Form $h_{\text{Abschnitt}1}(t) = a_{\text{Abschnitt}}(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c$ oder $h_{\text{Abschnitt}1}(t) = (-a_{\text{Abschnitt}})(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c$ optimal einpassen lässt. Es müssen also 3 Parameter bestimmt und die entsprechenden Startwerte für einen zeitlichen Abschnitt vorgegeben werden. Es ist auch klar, dass sich diese Modellgleichung bezüglich der Verringerung der Anzahl der Parameter nicht mehr verbessern lässt, ohne an Genauigkeit hinsichtlich der Anpassung zu verlieren.

Ausgangspunkt ist die Parabel (quadratische Funktion) oder allgemein ein Polynom 2. Grades der Form $f(x) = dx^2 + ex + g$. Die Parabel ist definiert als der geometrische Ort aller Punkte einer Ebene, deren Abstand zu einer festen Geraden und einem festen Punkt gleich ist.

Nachfolgend sollen die für die Approximation wichtigen Eigenschaften (Verschiebeeigenschaften) betrachtet werden.

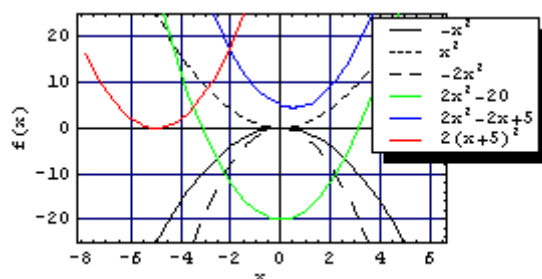


Abbildung 5-34 Eigenschaften von Parabeln

Ausgangspunkt ist die sogenannte Normalparabel mit $f(x) = x^2$. Diese ist in der Abbildung 5-34 die schwarz gestrichelte Kurve (vgl. Legende in der Abbildung 5-34). Die Verschiebung entlang der y-Achse erfolgt über die Variable c . Die Verschiebung entlang der x-Achse wird

durch den Term $(x + b)^2$ bestimmt. Durch die Variable a wird eine Stauchung oder Streckung der Parabel hervorgerufen.

5.4.1 Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung

Die gemessene Raumimpulsantwort wird nach entsprechender Vorverarbeitung normiert. Anschließend wird die mittlere Dämpfung mit Gleichung 4-9 bestimmt und herausgerechnet. Nun steht ein aus überlagerten Sinusfunktionen gedachtes Signal zur Verfügung. Es werden Abschnitte zu quasi halben Schwingungsperioden gebildet. In den Abbildungen 5-35 und 5-36 sind zwei aufeinanderfolgende Abschnitte dargestellt. Die Abschnitte werden mit Überlappung von 1 oder 2 Abtastwerten bestimmt.

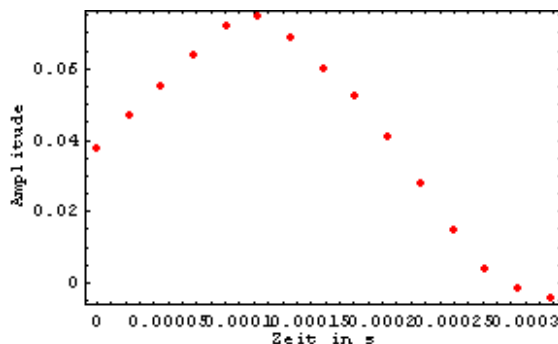


Abbildung 5-35 1. Abschnitt aus dem Signal

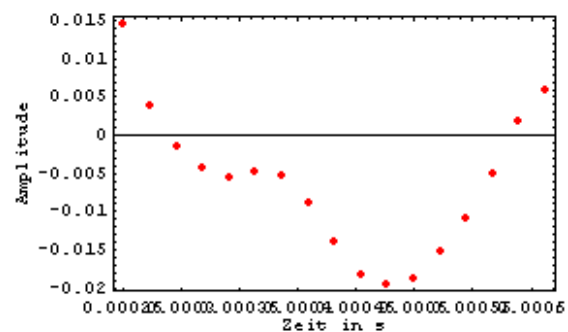


Abbildung 5-36 2. Abschnitt aus dem Signal

Aus den beiden Abbildungen ist ersichtlich, dass einmal eine nach unten geöffnete (Abb. 5-35) und nach rechts verschobene Parabelfunktion und im 2. Abschnitt eine nach oben geöffnete (Abb. 5-36) und ebenfalls nach rechts verschobene Parabel gesucht wird. Für den 1. Abschnitt würde dann die Modellgleichung lauten $h_{\text{Abschnitt1}}(t) = (-a_{\text{Abschnitt}})(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c$, wobei die Startwerte für a , b und c zu suchen sind. Für den 2. Abschnitt müsste die Modellgleichung dann lauten: $h_{\text{Abschnitt2}}(t) = a_{\text{Abschnitt}}(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c$. Die Startwerte für die Variablen b und c können einfach über die Bestimmung des Minimums bzw. Maximums aus dem jeweiligen Abschnitt erfasst werden. Im ersten Abschnitt (Abb. 5-35) liegt das Maximum bei $P_{\max} \left\{ \hat{b} = t = 0,00011; \hat{c} = y = 0,074 \right\}$. Mit der gleichen Vorgehensweise erhält man dann

das Minimum für den 2. Abschnitt mit $P_{\min} \left\{ \hat{b} = t = 0,00044; \hat{c} = y = (-0,0198) \right\}$. Das

Vorzeichen für den Parameter b in der Modellgleichung ergibt sich bei der Bestimmung des Maximums bzw. Minimums. Es ist entgegengesetzt zum Vorzeichen des Maximums oder Minimums, weil alle zu findenden Parabeln auf der Zeitachse nach links verschoben sind. Das Vorzeichen für den Parameter a wird durch die Benennung des Extremwertes sichergestellt. D.h., liegt ein Maximum vor, welches für den speziellen Signalausschnitt im positiven Bereich der y -Achse liegt (zum Beispiel positive Amplitude lt. Abb. 5-35 hat), dann ist die Parabel nach unten geöffnet, hat also ein negatives Vorzeichen vor der Variablen a . Für den 2. Abschnitt ist es ähnlich. D.h., liegt, wie im 2. Abschnitt ein auf das Gesamtsignal bezogenes lokales Minimum vor, so erhält die Modellgleichung vor der Variablen a ein Plus. Für den Parameter c kann das Vorzeichen aus dem gefundenen Wert des Punktes des Extremwertes übernommen werden.

Nun muss noch der Startwert für a (Streckung oder Stauchung) bestimmt werden. Da im jeweiligen Signalabschnitt nur diskrete Werte vorliegen, ist eine Rechenvorschrift zu finden,

die einen Startwert für die Variable a liefert. Da man für jeden diskreten Punkt in den Abbildungen 5-35 und 5-36 den Amplituden- bzw. y-Wert und den Zeit- bzw. x-Wert kennt, lässt sich so für jeden der Abtastpunkte im jeweiligen Abschnitt ein a bestimmen. Aus allen bestimmten Werten a wird dann der Mittelwert gebildet, der als Startwert verwendet wird.

Für den ersten Abschnitt lt. der Abbildung 5-35, liegen 15 Abtastwerte vor. So kann für jeden dieser Abtastwerte ein a_{ij} bestimmt werden. Dabei ist i der Index für den Abschnitt und j der Index für den Abtastwert im jeweiligen Abschnitt. Für den ersten Abtastwert bedeutet das

$$\begin{aligned} h_{11}(t_{11}) &= (-a_{11})(t_{11} + b_1)^2 + c_1 \\ (-a_{11}) &= \frac{h_{11}(t_{11}) - c_1}{(t_{11} + b_1)^2} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 5-35}$$

Für den zweiten Abtastwert erhält man dann entsprechend a_{12} mit

$$\begin{aligned} h_{12}(t_{12}) &= (-a_{12})(t_{12} + b_1)^2 + c_1 \\ (-a_{12}) &= \frac{h_{12}(t_{12}) - c_1}{(t_{12} + b_1)^2} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 5-36}$$

usw. für alle 15 Abtastwerte im ersten Abschnitt. Anschließend berechnet man den Mittelwert für a für den ersten Abschnitt zu

$$a_{\text{mittel},1} = \frac{1}{15} \sum_{j=1}^{15} a_{1,j} \quad \text{Gleichung 5-37}$$

Nun liegen alle Startwerte vor, um die Approximation mit Hilfe der nichtlinearen Regression anhand von Parabeln durchzuführen.

5.4.2 Approximation der IR

Für die Modellgleichung erhält man durch nichtlineare Regression Parabeln, die die jeweiligen Abschnitte approximieren. Für die ersten beiden Abschnitte ist die Approximationskurve (Parabel) in den Abbildungen 5-37 und 5-38 dargestellt.

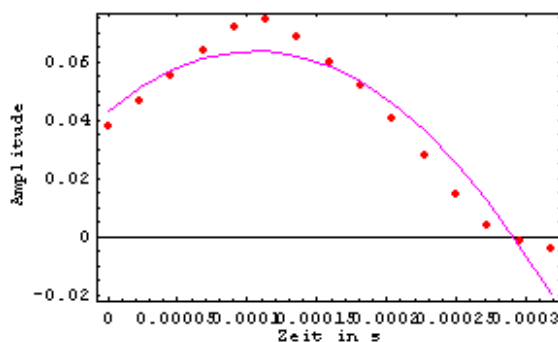


Abbildung 5-37 1. Abschnitt und Approximierte

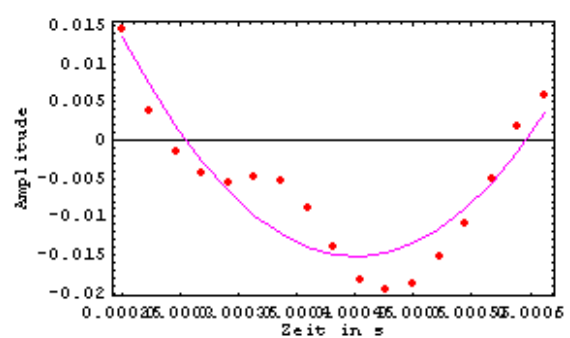


Abbildung 5-38 2. Abschnitt und Approximierte

Die Güte der Anpassung ist gut. Ein Maß dafür ist der Korrelationskoeffizient r . Für den ersten Abschnitt beträgt er ca. 96 %. Für den zweiten Abschnitt ist er ca. 92 %. Für jeden Abschnitt ist die Anpassungsgüte in der Abbildung 5-39 dargestellt. Der Mittelwert aus allen Korrelationskoeffizienten der Abschnitte beträgt ca. 88 %. Das scheint ein gutes Ergebnis zu sein. Jedoch fällt in der Abbildung 5-39 auf, dass es durchaus Abschnitte gibt, bei denen r unter 40 % liegt. Der schlechteste Wert für r liegt bei ca. 18 %. Diese Abschnitte müssen gesondert betrachtet werden bzw. das Verfahren muss an diesen Stellen verbessert werden.

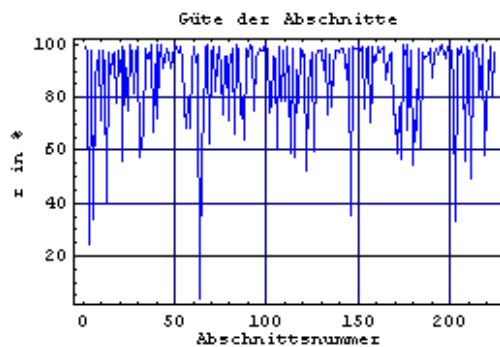


Abbildung 5-39 Übersicht zu den Korrelationen

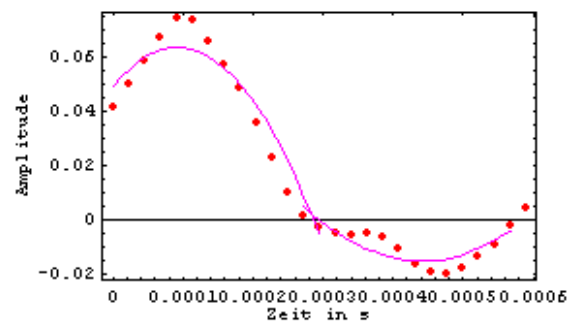


Abbildung 5-40 Zusammensetzen der Parabeln

Beide Abschnitte nebeneinander mit den entsprechenden zeitlich verschobenen Approximierten (Parabeln) sind in der Abbildung 5-40 dargestellt.

In der Abbildung 5-40 wird deutlich, dass beim Zusammensetzen der stückweisen Approximation auf eventuelle Knicke (Unstetigkeiten) im Kurvenverlauf zu achten ist. Für den Übergang zwischen der Approximierten vom 1. Abschnitt (Abb. 5-37) zur Approximierten im 2. Abschnitt (Abb. 5-38), die in der Abbildung 5-40 zusammen dargestellt sind, kann eine Funktion $K(t)$ gesucht werden, die einen guten Übergang liefert. Wenn $h_1(t) = (-a_1)(x + b_1)^2 + c_1$ die Funktion vom 1. Abschnitt ist und $h_2(t) = (+a_2)(x + b_2)^2 + c_2$ die Funktion vom 2. Abschnitt, dann kann $K(t)$ bestimmt werden mit $h_1(t)K(t) + h_2(t)(1 - K(t))$, wenn gilt $0 \leq K(t) \leq 1$. Das ist mit erneutem rechnerischen Aufwand verbunden. Außerdem entstehen so mehr Parameter und damit auch eine größere Koeffizientenanzahl.

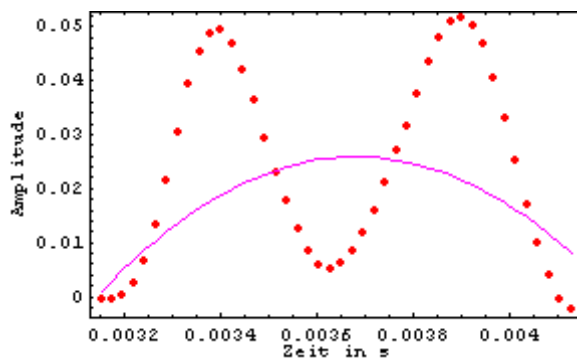


Abbildung 5-41 ungünstige Approximation eines Abschnitts

In der Abbildung 5-41 besteht bei Beibehaltung der Modellgleichung die Möglichkeit, bestimmte Abschnitte erneut zu teilen, so dass mehr als eine Parabel einen Abschnitt approximiert. Diese Parabeln sind dann deutlich auch in positiver oder negativer y-Richtung

verschoben. Für den Abschnitt in der Abbildung 5-41 sollten zunächst 3 Parabeln verwendet werden. Zwei der Parabeln wären dann nach unten geöffnet – eine nach oben. Dadurch erhält man mehr Parabeln – also mehr Parameter zur Approximation der gesamten IR.

5.4.3 Optimierung der Anpassung

Bei Beibehaltung der Modellgleichung ist es auch möglich, die Raumimpulsantwort ohne vorherige Bestimmung und Herausrechnung der mittleren Dämpfung zu approximieren. Damit stehen für den jeweiligen Abschnitt eine andere Form der Abtastwerte zur Verfügung. Somit ist der Datensatz für die nichtlineare Regression verändert, und eine genauere Anpassung im einzelnen Abschnitt ist denkbar. Im Ergebnis konnte keine Verbesserung erreicht werden.

Die Residuenanalyse brachte auch keine Verbesserung.

5.5 Modellgleichung zum Verfahren 3

Für das 3. Verfahren wird eine einzige, einfache Modellgleichung verwendet. Diese ergibt sich aus der gemessenen IR selbst, wenn die mittlere Dämpfung nicht herausgerechnet wurde und man zunächst 3 Quasi-Perioden betrachtet. Dabei wird ein bestimmter zeitlicher Abschnitt betrachtet (3 oder mehr Perioden), in dem sich eine gedämpfte Schwingung der Form $h_{\text{Abschnitt}l}(t) = e^{-a_{\text{Abschnitt}l}t} \sin(\omega_{\text{Abschnitt}l}t)$ optimal einpassen lässt (vgl. Modellgleichung 5-10). Es müssen also 2 Parameterstartwerte für einen zeitlichen Abschnitt bestimmt werden. Es ist auch klar, dass sich diese Modellgleichung bezüglich der Verringerung der Anzahl der Parameter nicht mehr verbessern lässt. Es lässt sich aber die Phase als Parameter zur Verbesserung des Modells mit hinzusetzen. Das aber erhöht die Rechenzeit bei der Approximation der IR und bringt keine entscheidende Verbesserung. Aus diesem Grund wird die Phase in der Modellgleichung nicht weiter berücksichtigt.

5.5.1 Bestimmung der Startwerte für die Modellgleichung

Es hat sich als praktikabel erwiesen, die gemessene IR zu normieren, die „Totzeit“ herauszunehmen und sie zu verkürzen.

Nun werden die Startwerte für die einfache gedämpfte Schwingung nach Gleichung 5-10 für einen bestimmten zeitlichen Abschnitt (z.B. drei Quasi-Periodenlängen) bestimmt.

Die Gleichung 5-10 stellt eine einfache gedämpfte Schwingung dar, für die gilt $f(t) = h(t) = 0$ für $t < 0$. Dabei soll Gleichung 5-10 für $t > 0$ einen einmaligen Vorgang darstellen, dessen Periode über alle Grenzen groß ist (diskret maximal N). Die Entwicklung in Teilschwingungen führt auf ein kontinuierliches über der Frequenzachse liegendes Amplitudenspektrum.

Für die Modellgleichung 5-10 werden die Startwerte für die nichtlineare Regression aus dem Zeitbereich bestimmt. Nun wird festgelegt, wie groß das Betrachtungsintervall sein und welche Kriterien es erfüllen soll. Als sinnvoll hat sich erwiesen, nicht weniger als 2 Perioden und mehr als 3 Perioden zu betrachten, wenn die Amplitudenmaxima über die betrachteten Perioden abfallen. Für das hier verwendete Verfahren werden immer 3 Perioden betrachtet. Dabei soll das erste Maximum größer als 5...10 % vom globalen Maximum (Direktschall,

normierte IR mit größtem Wert 1) sein. Ein Beispiel zeigt die Abbildung 5-42. Es lassen sich auch die Minima für die Startwertgewinnung nutzen.

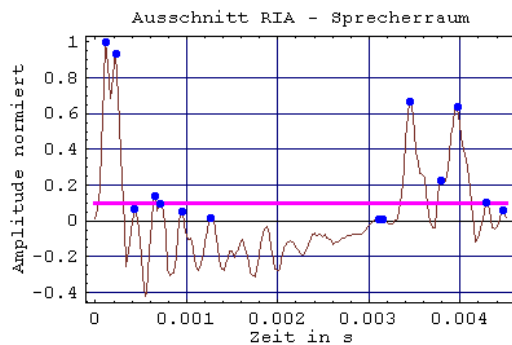


Abbildung 5-42 Abschnitt der IR mit Maxima (Punkte) und 10 % Schranke (gerade dicke Linie bei 0,1 über der Zeit)

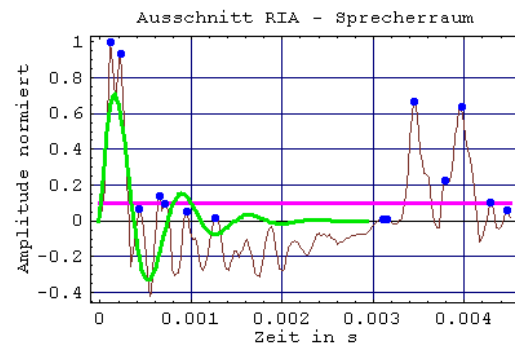


Abbildung 5-43 Dämpfungsfunktion für den ersten Abschnitt (dicke Linie) im Vgl. zu Abb. 5-42

In der Abbildung 5-42 sieht man deutlich, dass die Maxima in den ersten drei Perioden exponentiell fallen. Außerdem ist die 10 % Schranke deutlich zu erkennen.

Betrachtet man die fallende Exponentialfunktion für sich allein, so ist ein Maximalwert gleich dem Funktionswert zum Zeitpunkt t . Für den ersten Maximalwert kann dann geschrieben werden $f_{\max_1}(t_{\max_1}) = e^{-\delta t_{\max_1}}$. Das erste Maximum ist der Direktschall $f_{\max_1}(t_{\max_1}) = y_{\text{Direkt}}$ (vgl. Abb. 5-42). Damit bestimmt sich die Dämpfungskonstante zu $1 = e^{-\delta t_{\max_1}}$ und $\delta = -\frac{\ln(y_{\text{Direkt}})}{t_{\max_1}}$. Somit erhält man nacheinander für den ersten Abschnitt drei

Dämpfungskonstanten. Aus diesen drei Werten wird dann der Mittelwert mit $\bar{\delta} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_m$ bestimmt. Damit erhält man dann den Startwert für die Dämpfung. Dieser ist nur für die ersten drei Perioden gültig.

Der Startwert für die Frequenz wird ähnlich bestimmt. Zunächst wird die Periode T bestimmt, die sich mit Hilfe der Nulldurchgänge (oder Zeitpunkte der Extremwerte) ergibt. Dabei interessiert die zeitliche Differenz zwischen dem zum Beispiel hier dritten Nulldurchgang und dem ersten Nulldurchgang. In diesem Abschnitt befindet sich auch das erste Maximum. Die zweite Periode wird aus der Zeitdifferenz des fünften und des dritten Nulldurchgangs bestimmt. Und immer so weiter, bis zur dritten Periode für das erste Betrachtungsintervall.

Aus den so ermittelten drei Periodenlängen T wird der Mittelwert gebildet mit $\bar{T} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K T_k$.

Mit diesem mittleren Zeitwert wird der Startwert für die Frequenz berechnet aus $f = \frac{1}{\bar{T}}$.

Dieses Vorgehen wiederholt sich dann für die Abschnitte, die die Kriterien der Betrachtung erfüllen. In der Abbildung 5-43 ist das Ergebnis der Approximation für den ersten betrachteten Abschnitt gezeigt.

Es wurde bereits skizziert, wie die Startwerte für die gedämpfte Schwingung, die an einen bestimmten Abschnitt angepasst werden soll, bestimmt werden. Bei der Bestimmung des Startwertes der Frequenz hat sich gezeigt, dass es sicherer ist, nur halbe Perioden zu betrachten. Man erhält dann für das Beispiel nicht drei T -Werte, sondern 6 Werte zu $T/2$.

Entsprechend muss dann die Frequenz mit einem Faktor multipliziert werden. Bei der Bestimmung der halben Perioden ist es wichtig, die Nulldurchgänge genau zu bestimmen. Dabei wird der Zeitpunkt als Nulldurchgang genommen, der entweder genau auf der Zeitachse bei $y = 0$ liegt oder vom Negativen kommend, wird der erste Wert, der im Positiven liegt, der also gerade größer als Null ist, für den Zeitpunkt des Nulldurchganges herangezogen. Kommt die Funktion aus dem Positiven, wird der erste Wert im Negativen als Zeitpunkt für den Nulldurchgang verwendet. Diese Definitionen sind entscheidend, damit es zu keinen Überschneidungen und Mehrfachbestimmungen von Nulldurchgängen kommt. Sie erlauben dann auch eine eindeutige Bestimmung der Maxima. Befinden sich zum Beispiel nur 2 Werte im Positiven (halbe Periode), so ist der erste der beiden Werte ein Nulldurchgang, der zweite ist dann ein Maximum. Der zur halben Periode gehörende Nulldurchgang befindet sich auf der Zeitachse, oder der folgende Wert ist im Negativen. Die nachfolgenden Abbildungen verdeutlichen das.

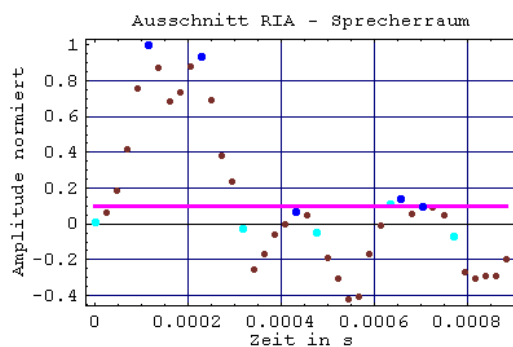


Abbildung 5-44 Nulldurchgänge(helle Punkte) und Maxima (dunkle Punkte) für einen Ausschnitt der IR

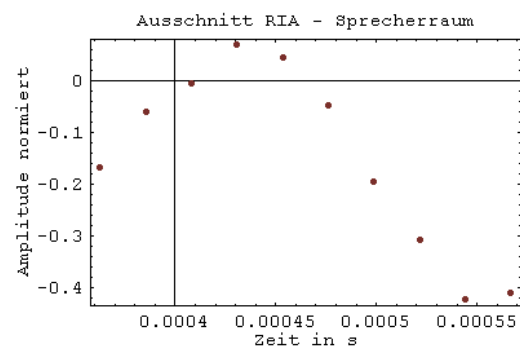


Abbildung 5-45 Nulldurchgänge für wenige Abtastwerte in der halben Periode

In der Abbildung 5-44 sind die Nulldurchgänge als hellgraue Punkte dargestellt. Die Maxima sind durch dickere Punkte hervorgehoben. Genau erläutern lässt sich die Nulldurchgangsbestimmung an Hand von Abbildung 5-45. Der Wert Nummer 4 liefert den Zeitpunkt des Nulldurchgangs, da hier die Funktion aus dem Negativen kommt und der Wert Nummer 4 der erste positive Wert nach Null ist. Der Wert ist auch ein Maximum, da sein Vorgänger und sein Nachfolger kleiner als er selbst sind. Der Wert Nummer 5 ist kein Nulldurchgang, denn die Funktion kommt aus dem Positiven und hat die Nulllinie noch nicht geschnitten oder durchbrochen (Nulldurchgang). Erst der Wert Nummer 6 liefert den Zeitpunkt für den folgenden Nulldurchgang. Die halbe Periodendauer bestimmt sich dann näherungsweise zu $\frac{T}{2} = t_4 - t_6$. Würde der Punkt 5 fehlen, so ließen sich entsprechend der

Definitionen die Nulldurchgänge und das Maxima immer noch eindeutig bestimmen. Das ist der Vorteil bei der Betrachtung von halben Perioden.

Ist die Dämpfungsfunktion bestimmt, so wird die Approximation für den betrachteten Abschnitt nach dem Marquardt-Levenberg-Verfahren durchgeführt. In der Abbildung 5-33 ist deutlich zu sehen, dass die Schwingung bis zum Ende des Abschnittes auf Null abgeklungen ist.

Für die abschnittsweise Approximation werden zwei Algorithmen betrachtet. Diese unterscheiden sich durch die zu untersuchende Abschnittslänge und den Abbruch des Algorithmus bei einem bestimmten Kriterium.

Der erste Algorithmus betrachtet fest vorgegebene Abschnitte. Ein solcher Abschnitt wird vor dem Beginn der Approximation bestimmt, indem die Anzahl der Perioden, die analysiert werden sollen, vorgegeben werden. Bei den Untersuchungen hat sich gezeigt, dass Periodenanzahlen nicht zu groß sein dürfen. Für feste Abschnittsgrößen sind Periodenanzahlen von zwei oder drei sinnvoll und ausreichend. In diesem Fall wird für den aktuellen Abschnitt die Approximationsfunktion $f(t) = e^{-\delta t} \sin(\omega t)$ bestimmt. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis das erste Maximum des Abschnitts kleiner als die 10 %-Schranke ist. So erhält man für einen Abschnitt mindestens eine Approximationsfunktion. Alle Funktionen der Abschnitte zusammen bilden durch Überlagerung das resultierende approximierte Signal. Für Abschnitte, die nicht mit dem Zeitpunkt Null beginnen, werden die Dämpfungsverläufe um den entsprechenden Zeitbetrag verschoben.

Für die abschnittsweise Approximation ergibt sich die mittlere Periodendauer zu $\overline{T_j} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K T_{ji}$, wenn j der Index für den Abschnitt ist. Für den ersten Abschnitt ist dann

beispielsweise die mittlere Periodendauer $\overline{T_1} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 T_{1i}$, wenn es entsprechende

Nulldurchgänge gibt. Die Frequenz ist dann $f_1 = \frac{1}{\overline{T_1}}$. Durch den festen

Referenznulldurchgang am Ende eines Abschnittes können während der Approximation (Subtraktion des Dämpfungsverlaufs von den Werten im Abschnitt und erneute Betrachtung dieses Abschnitts) mehr oder auch weniger Nulldurchgänge als für die feste Anzahl an vorgegebenen Perioden entstehen. Besser ist daher, auch bei der festen Vorgabe der Betrachtung von zum Beispiel drei Perioden, die Betrachtung im zu approximierenden Abschnitt auf halbe Perioden einzuführen. Man vermeidet dann Fehler, wenn zum Beispiel nur zwei ganze und eine halbe Periode im interessierenden Abschnitt entstehen.

Die Dämpfungskonstante lässt sich aus den beispielsweise drei Maxima mit $\overline{\delta_j} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \delta_{j1m}$ bestimmen, wenn j wieder der Index für den Abschnitt ist. Die

Dämpfungskonstante für das erste Maximum der ersten Periode im zu untersuchenden Abschnitt ist $y_{\max_{11}} = e^{-\delta_{11} t_{\max_{11}}}$ und $\delta_{11} = -\frac{\ln(y_{\max_{11}})}{t_{\max_{11}}}$. Die beiden anderen

Dämpfungskonstanten lassen sich nach dem gleichen Schema bestimmen. Dabei können innerhalb einer Periode mehrere Maxima auftreten. In diesem Fall wird das globale Maximum innerhalb einer Periode zur Bestimmung der Dämpfungskonstanten genommen. Dann erhält man die Dämpfungsfunktion zur Approximation des Abschnittes Nummer 1 mit $f_1(t) = e^{-\overline{\delta_1} t} \sin(\overline{\omega_1} t)$. Die nichtlineare Regression optimiert diese Funktionsgleichung. Die Güte der Anpassung im ersten Abschnitt mit der ersten optimierten Funktionsgleichung wird durch das Gütemaß r, dem Korrelationskoeffizienten, angegeben.

Mit diesem Algorithmus kann die IR bis zu 57 % approximiert werden. Diese schlechte Anpassung ist darauf zurückzuführen, dass durch die starre Vorgabe der Abschnitte nicht alle Maxima erfasst werden. Fügt man die nicht erfassten Maxima anschließend in die approximierte IR ein, so liegt der Korrelationskoeffizient bei 62 %.

Der zweite Algorithmus zur Approximation der IR mit Hilfe gedämpfter Schwingungen sucht Muster. Das Muster ist eine Folge von mit der Zeit fallenden Maxima. Ist m ein Maximum, so

gilt für das Muster $m_1 > m_2 > m_3 > \dots$. Dadurch sind die Längen der zu untersuchenden Abschnitte verschieden groß. Das erste Maximum im Muster ist immer das größte für den Abschnitt. Für einen Abschnitt, der zur Zeit t_{A1} beginnt und bei t_{A2} endet, gilt dann, dass der Abschnitt die Länge $T = t_{A2} - t_{A1}$ hat, das erste Maximum zum Zeitpunkt $t_{m_1} > t_{A1}$ mit $m_1 > 10\%$ auftritt und die nachfolgenden Maxima mit $m_1 > m_2 > m_3 > \dots$ und $t_{A2} > \dots > t_{m_3} > t_{m_2} > t_{m_1} > t_{A1}$ auftreten. Zusätzlich muss das erste Maximum auch noch größer als 10 % sein. Die nachfolgenden Maxima für das Muster können, außer dem ersten Maximum, auch kleiner als 10 % sein. Diese Bedingung ermöglicht ein häufiges Auffinden eines Musters. Außerdem kann die IR dadurch vom Ende her verkürzt werden, da ja nur Werte größer als 10 % interessieren.

Ist ein solches Muster gefunden, wird wie im ersten Algorithmus ein Dämpfungsverlauf bestimmt und durch die nichtlineare Regression für die Abschnittslänge optimiert. Anschließend werden die Werte des Dämpfungsverlaufs von den Werten der gemessenen IR subtrahiert. Die resultierende IR wird nun wieder, vom Zeitpunkt Null beginnend, nach dem Muster abgesucht. Dabei gibt es keine Vorgabe der Anzahl von fallenden Maxima über der Zeit. Damit können auch große Abschnitte entstehen, die durch eine Funktion approximiert werden. Auch mehrere Maxima treten in einer halben Periode auf. Um in einem solchen Fall eine sinnvolle Approximation durch einen Dämpfungsverlauf zu erhalten, wird die Länge der halben Periode und die Tendenz der darin enthaltenen Maxima untersucht. Bei steigender Tendenz der Maxima innerhalb einer halben Periode und großer Länge wird versucht, nur die halbe Periode mit einem Dämpfungsverlauf zu approximieren. Anschließend wird die Subtraktion von den vorherigen Werten der IR vorgenommen. Nun können sich die Verhältnisse schon wieder geändert haben, so dass man wieder ein Muster mit fallenden Maxima über der Zeit findet. Ist der Ausschnitt der halben Periode sehr klein und das folgende Maximum kleiner als das größte in der Periode, dann wird der Abschnitt vergrößert.

Wird durch die nichtlineare Regression keine sinnvolle Approximation erreicht, wird der Abschnitt vergrößert, um mehr Daten für die nichtlineare Regression zu bekommen. Dabei werden sinnvolle Ergebnisse erreicht.

In diesem zweiten Algorithmus ist es möglich, dass die fortlaufenden Verschiebungen der Dämpfungsfunktionen sehr klein oder Null sein können, da die Muster immer vom Zeitpunkt Null der IR oder der resultierenden IR gesucht werden. Prinzipiell sehen die Verläufe ähnlich denen in der Abbildung 5-43 aus.

Zur Verbesserung der Algorithmen in Verfahren 3 können die Grenzen, zum Beispiel die 10 %-Schranke für das erste Maximum, bei der Suche nach einem Muster verkleinert werden.

5.5.2 Approximation der IR

Für beide Algorithmen erhält man Dämpfungsverläufe mit der Modellgleichung 5-10. Diese werden zeitverschoben überlagert. Dann kann man allgemein schreiben, dass die gemessene Raumimpulsantwort mit Hilfe zeitverschobener Funktionen approximiert wird mit

$$\sum_i f_i(t - \tau_i). \text{ Dabei ist } f_i(t) = \begin{cases} e^{-\alpha_i t} \sin(\beta_i t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases} \equiv \mathbf{1}_{[0, +\infty)}(t) e^{-\alpha_i t} \sin(\beta_i t).$$

Der Verlauf für die ersten 400 Abtastwerte der approximierten IR nach dem zweiten Algorithmus ist in der Abbildung 5-46 gezeigt. Der Korrelationskoeffizient wurde hier mit ca. 87 % zwischen der gemessenen und der modellierten IR bestimmt. Die Veränderung des Wertes für die Schranke (5...10%) verändert die Anzahl der Abtastwerte für die Approximation. Entsprechend ändert sich auch der r-Wert.

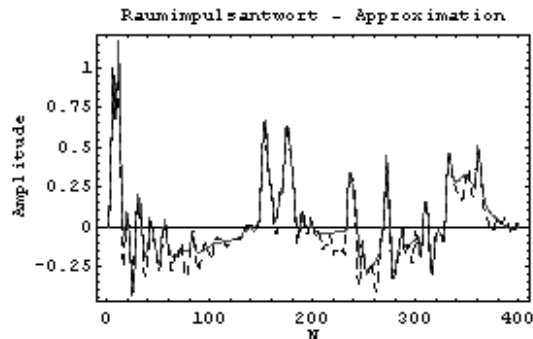


Abbildung 5-46 Ausschnitt aus Modell(durchgezogene Linie) und gemessener IR (gestrichelt)

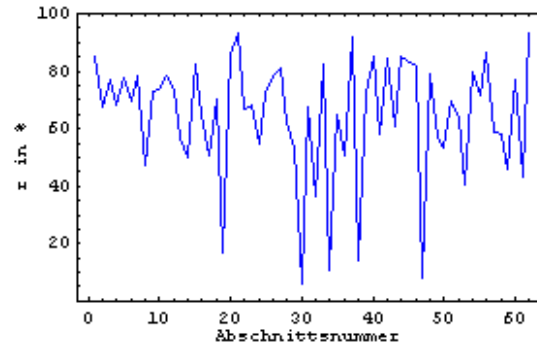


Abbildung 5-47 Güte für alle Abschnitte

Betrachtet man die Abbildung 5-46, in der die approximierte über die gemessene, normierte und verkürzte IR gelegt wurde, so fällt auf, dass die positiven Spitzen teilweise sehr gut erfasst werden, aber die negativen Spitzen nicht so gut.

Betrachtet man die Güte der Anpassung der Dämpfungsverläufe für eine Beispielapproximation an die entsprechenden Abschnitte (Abbildung 5-47), so werden nur wenige Abschnitte besser als mit 80 % angepasst. Teilweise liegen die Werte für r unter 20 %.

Zur qualitativen Überprüfung können neben dem Korrelationskoeffizienten auch die statistischen Momente verwendet werden.

Zur Verbesserung der Anpassung kann die Schranke anders gelegt bzw. eine Glättung der Originaldaten durchgeführt werden.

5.5.3 Optimierung der Anpassung durch Variation der Startbedingungen

Die Anpassung der IR mit gedämpften Schwingungen kann durch Verkleinerung der Schranke verbessert werden (Tabelle 5-6). Es werden dann Maxima gesucht, die den Wert 0,05 nicht unterschreiten. Zuvor wurden Maxima gesucht, die den Wert 0,1 nicht unterschritten haben. Für den Fall der Verkleinerung der Schranke werden dann auch mehr Funktionen zur Approximation gefunden. Damit erhöht sich auch die Rechenzeit.

Schranke	Länge der IR	Anzahl der Dämpfungs-Funktionen	\bar{r} in %	Glättung mit Moving Average über Werteanzahl	2. Moment des Originalsignals	2. Moment der Approximierten
0,0500	1971	62	64,45	7	0,0230	0,0180
0,0650	1968	78	61,60	0	0,0196	0,0133
0,0605	3179	88	61,03	0	0,0120	0,0090
0,0520	3179	91	65,02	0	0,0120	0,0094

Tabelle 5-6 Übersicht zu veränderten Bedingungen bei der Approximation und der Güte r

Die Verbesserung bezieht sich bisher immer auf das gesamte Signal (Original, Abk. Org., gestrichelt in den Abb. 5-52...5-55). Betrachtet man die Abbildungen 5-48...5-55, dann stellt

man fest, dass herausragende Spitzen im Signal relativ gut approximiert werden, jedoch kleine zeitliche Änderungen wenig bis gar nicht. Da die kurzen zeitlichen Änderungen zum Ende der IR zunehmen, wird diese mit fortschreitender Zeit weniger gut approximiert. Wird der Wert der Schranke dann unterschritten, bricht die Approximation ab. Denkbar ist an Stelle der Glättung mit dem „Moving Average“ auch eine „ohrgemäße“ Glättung. Für eine „ohrgemäße“ Glättung kann ein einfacher RC – Tiefpass verwendet werden [Vor1989]. In der Literatur heißt es, dass feine Unterschiede nicht wahrgenommen werden, denn genau diese feinen und schnellen Änderungen im Signal werden nur wenig durch die Approximation erfasst.

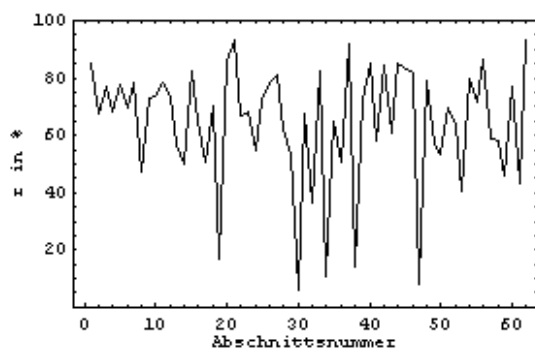


Abbildung 5-48 Güte für 62 Funktionen

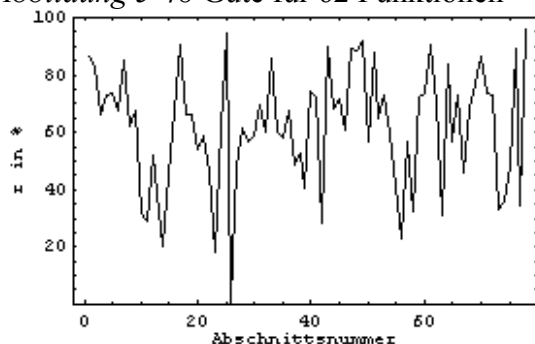


Abbildung 5-49 Güte für 78 Funktionen

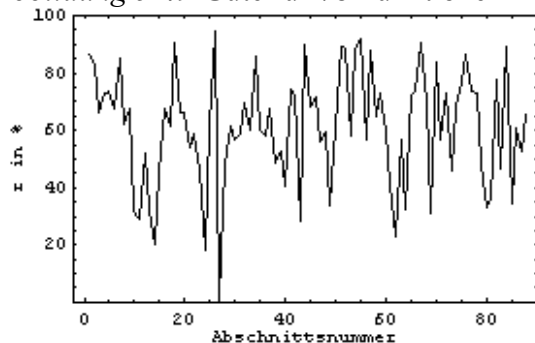


Abbildung 5-50 Güte für 88 Funktionen

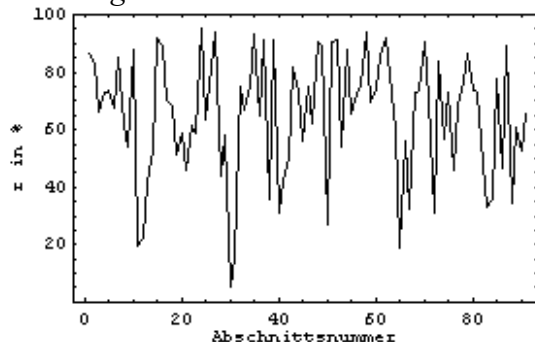


Abbildung 5-51 Güte für 91 Funktionen

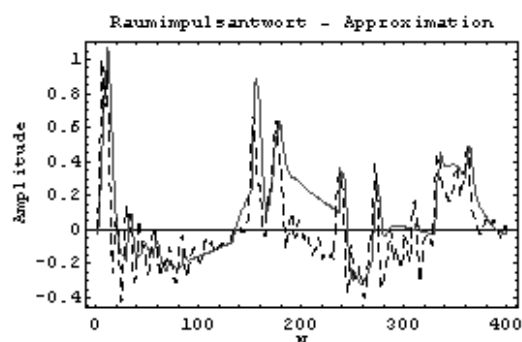


Abbildung 5-52 Org. und MFAZ (62)

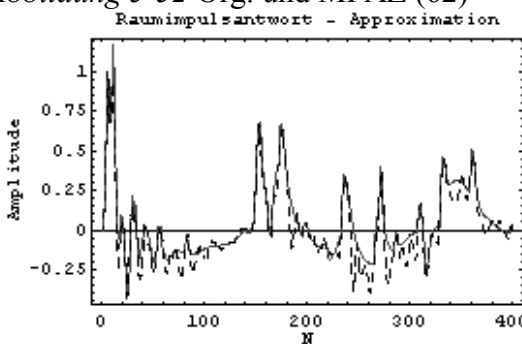


Abbildung 5-53 Org. und MFAZ (78)

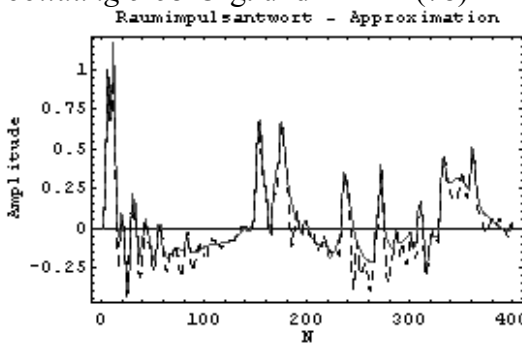


Abbildung 5-54 Org. und MFAZ (88)

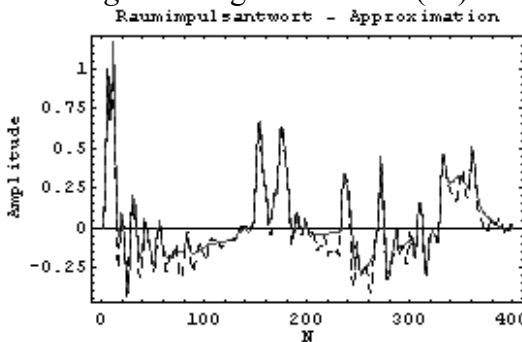


Abbildung 5-55 Org. und MFAZ (91)

Nun kann noch die Modellfunktion (MF) bzw. Modellfunktionenanzahl (MFAZ) abgeändert werden. So ist es leicht möglich, anstatt der Vorgabe der Modellfunktion mit $f(t) = e^{-at} \sin(bt)$ und $f(t) = (-e^{-at}) \sin(bt)$ zu arbeiten. Dabei erreicht man ein $\bar{r} = 65,02\%$. Aber auch mit der Modellgleichung $f(t) = e^{-at} \sin(bt + \varphi)$ kann gearbeitet werden. Dabei erreicht man keine wesentliche Verbesserung, so dass auf die Phase in der Modellgleichung verzichtet werden kann.

5.5.4 Statistische Maßzahlen

Zur qualitativen Überprüfung können neben dem Korrelationskoeffizienten die statistischen Momente verwendet werden. Allgemein schreibt man für die Momente $\frac{1}{N} \sum_i (x_i - \bar{x})^n$, mit n der Ordnung des Moments, x , den Werten sowie \bar{x} quer dem Mittelwert der Daten mit der Anzahl N . Die Momente 1 ... 3 sollen zwischen einer gemessenen IR und der dazugehörigen Approximierten betrachtet werden. Dabei erfolgt keine abschnittsweise Betrachtung. Um eine gute Approximation zu haben, sollten die jeweiligen Momente fast gleich sein.

IR	1. Moment	2. Moment	3. Moment	r in %
gemessen (Sprecherraum)	$+4,27 \cdot 10^{-19}$	0,012	0,0021	87,53
approximiert (Sprecherraum)	$-2,47 \cdot 10^{-17}$	0,00944	0,0028	
gemessen (Studio)	$+1,56 \cdot 10^{-18}$	0,0047	0,00067	73,72
approximiert (Studio)	$-2,63 \cdot 10^{-17}$	0,00317	0,000944	

Tabelle 5-7 Vergleich zwischen statistischen Momenten

Aus der Tabelle 5-7 geht hervor, dass die statistischen Momente sehr kleine Zahlenwerte sind. Die Größenordnungen zwischen der approximierten und der gemessenen IR stimmen. Jedoch treten Abweichungen auf. Inwieweit die Differenzen zwischen den Momenten gegen Null gehen müssen, kann nicht eindeutig gesagt werden.

5.5.5 Hörsamkeitsmaße und Residuenanalyse

Zur Auswertung des approximierten Signals ist besonders der Ausschnitt aus dem hörbaren Frequenzbereich von 100 ... 5000 Hz maßgebend. Dabei ist der mittlere Frequenzbereich der wichtigste. Grund dafür ist, dass die Ohrempfindlichkeit darüber hinaus stark abnimmt und die Häufigkeit für spektrale Anteile in der Musik außerhalb dieser Grenzen gering ist. Das Verfahren selbst weist eher Tiefpassverhalten auf, so dass mit einem Abfall bei höheren Frequenzen zu rechnen ist.

Neben der Nachhallzeit werden meist andere Parameter zur Bestimmung der Qualität eines Raumes verwendet. Zum Vergleich zwischen der approximierten IR und der gemessenen IR eignen sich auch die Hörsamkeitsmaße. Verwendet werden sollen die Gleichungen 2-8 bis 2-10. Die Gegenüberstellung erfolgt in der Tabelle 5-8.

C_{80} in dB	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
gemessen	33,38	32,5	35,41	28,21	29,21	30,28
approximiert	49,2	53,7	46,5	44,6	42,4	34,3
D_{50} in %	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
gemessen	94	97,6	98,86	98,64	98,2	99
approximiert	99	99,37	99,6	99,9	99,9	99,9
C_{50} in dB	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
gemessen	11,94	16,1	19,4	18,6	17,36	20
approximiert	20,39	22	24	30,5	40,9	44,8

Tabelle 5-8 Hörsamkeitsmaße im Vergleich

Die approximierten IR scheinen von den Hörsamkeitsmaßen in der Tabelle 5-8 besser zu sein. Prinzipiell ist aber eine Abweichung zu erkennen. Das muss jedoch nicht bedeuten, dass diese Abweichungen hörbar sind.

Die Residuenanalyse hat zu keiner Verbesserung geführt. Es konnte eine schwache Korrelation zwischen den Residuen und den Daten festgestellt werden. Das ist jedoch verfahrensbedingt.

6 Digitales Filter zur Approximation

Digitale Filter [Hes1993],[Win1987],[Bro1999] werden immer häufiger eingesetzt. So zum Beispiel in der Audiotechnik zur Verarbeitung dieser Signale. Aber auch in Übertragungs- und Überwachungssystemen, im Maschinenbau, in der Medizintechnik, zur Simulation auditiver virtueller Umgebungen usw. Die digitalen Filter haben eine Reihe Vorteile gegenüber analogen Filtern. Diese Vorteile sind eine hohe Genauigkeit (aufwandsabhängig), exakte Reproduzierbarkeit u.a.

Die einfachsten digitalen Filter sind die nichtrekursiven Filter oder auch FIR (Finite Impulse Response) Filter genannt [Lac1996]. Das ist die gemessene IR selbst mit einer entsprechend großen Anzahl an Filterkoeffizienten, die raumabhängig zwischen 32767 und mehr schwanken können. Damit ist der Realisierungsaufwand groß.

Wird ein Rückkopplungspfad verwendet, spricht man von rekursiven digitalen Filtern oder auch IIR (Infinite Impulse Response) Filtern [Lac1996]. Dafür gibt es unterschiedliche Verfahren zu deren Erstellung (beispielsweise mit Hilfe der geometrischen Reihe oder mit der z-Transformation).

Sind die Faktoren für das Filter konstant, so spricht man von einem zeitinvarianten Filter. Solche Filter sollen hier betrachtet werden. Rekursive Filter besitzen eine Rückkopplung des Ausgangssignals über Verzögerungsglieder in die interne Struktur. Mathematisch erhält man bei dieser Filterstruktur eine rekursive Gleichung, weil für die Berechnung des aktuellen Wertes $y(n)$ immer die Kenntnis der vorangegangenen Werte $y(n-i)$ erforderlich ist. Die Rückkopplung wirkt sich auf das Zeitverhalten des Filters aus. Die Dauer der Impulsantwort eines solchen Filters ist theoretisch unendlich.

6.1 *Eigenschaften digitaler Filter*

Durch ein Filter wird eine frequenzabhängige Bewertung der Amplituden und der Phasen eines Signals erreicht. Meist wird ein Filterprozess zur spektralen Manipulation von akustischen Vorgängen (zum Beispiel Musik o.a.) eingesetzt. Dabei werden meist Bandpässe mit konstanter Bandbreite verwendet. Ein Bandpass kann zum Beispiel bei der Oktavbandfilterung der Raumimpulsantwort nach ISO/DIS 3382 eingesetzt werden. Dieser kann als FIR-Filter mit einer begrenzten Anzahl an Filterkoeffizienten (speicher- und rechenzeitabhängig) realisiert werden.

Systemtheoretisch ist ein Filter ein System (meist komplexes System), das eine frequenzabhängige Bewertung der Amplitude und der Phase am anregenden Signal (Eingangssignal in das Filter) durchführt.

Neben einer hohen Genauigkeit, einer exakten Reproduzierbarkeit und Simulation, weisen digitale Filter auch die Möglichkeit auf, niedrige Grenzfrequenzen umzusetzen zu können. Außerdem tritt bei ihnen keine Koeffizientendrift im Gegensatz zu analogen Filtern auf. Sie sind kompatibel für digitale Übertragungssysteme und können voll integriert werden.

Die Filtereigenschaften sind durch die Stoßantwort $h(t)$ und der damit verbundenen Übertragungsfunktion $\underline{H}(\omega)$ bzw. $H(j\omega)$ gegeben. Allgemein ist die Übertragungsfunktion die Fouriertransformierte der Einheitsimpulsantwort. Damit ist die Übertragungsfunktion:

$$\underline{H}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) e^{-j(2\pi / N) nm} \quad \text{Gleichung 6-1}$$

Die Übertragungsfunktion eines digitalen Systems ist im begrenzten Frequenzbereich $0 \leq f \leq 0,5$ vollständig bestimmt.

Dabei ist es von Vorteil, auf analoge Funktionen zurückgreifen zu können, da man die entsprechenden mathematischen Hilfsmittel zur Umsetzung in ein Filter wählen kann (Laplace- und z-Transformation). Speziell für die digitalen Filter ist die Laplace - Transformation eine Übergangsoperation zwischen der Fourier- und der z-Transformation.

Für FIR-Filter ist die Synthese des Filters nicht auf ein analoges Filter rückführbar.

Eine Möglichkeit zur Realisierung der Raumimpulsantwort als digitales FIR - Filter mit Hilfe der schnellen Faltung wird in [Zöl1996] vorgeschlagen. Bei sehr langen IR, was bei Raumimpulsantworten $h(t)$ der Fall ist, wird eine Unterteilung der IR als auch der Eingangsfolge vorgenommen. Die Filterkoeffizienten sind dabei gegeben und man kann $H(z)$ bestimmen. Bei der Realisierung dieses Filters kommt ein Multi-Prozessorsystem zum Einsatz.

Besser ist der Entwurf eines IIR-Filters. Diese Art der digitalen Filter ist meist vom Filtergrad her kleiner. Es lässt sich so auf fast jedem System implementieren, wohingegen das äquivalente FIR-Filter mehrere Prozessoren bzw. einen Prozessor mit größerer Rechenleistung benötigen würde.

6.2 Berechnung des digitalen IIR Filters zur Approximation

Eine Variante zur Realisierung von IIR-Filtern ist die Parallelstruktur. Diese Struktur verhält sich ähnlich wie die Kaskadenstruktur. Die Übertragungsfunktion kann hier in mehrere Teilfunktionen aufgeteilt werden. Die Gesamtübertragungsfunktion wird aus der Summe der Teilübertragungsfunktionen gebildet. Das bedeutet für die Raumimpulsantwort, dass man sie in mehr als zwei Teile zerlegen kann, um sie nach der Transformation durch Addition wieder zusammenzusetzen.

$$H(z) = \sum_{i=0}^M H_i(z) \quad \text{Gleichung 6-2}$$

Ändert man an der Parallelstruktur die Koeffizienten eines Blocks, so wirkt sich diese Veränderung nur auf die realen Pole im Block aus, aber auf alle Nullstellen der Übertragungsfunktion.

Für die gefundenen Verfahren 1 bis 3 zur Approximation der IR eignet sich zunächst besonders Verfahren 3 zur Bestimmung eines IIR-Filters. Es ist das Verfahren, bei dem die IR mit Hilfe gedämpfter Schwingungen approximiert wird. Außerdem ist es gleichzeitig das Verfahren mit den geringsten Parameteranzahlen, so dass bei der Realisierung eines IIR-Filters eine deutliche Verringerung der Filterkoeffizienten gegenüber der Anzahl der FIR-Koeffizienten der IR zu erwarten ist.

Bei der Realisierung eines IIR-Filters für einen Abschnitt der approximierten IR gibt es ein geeignetes Verfahren zum Filterentwurf. Es ist der Entwurf mit Hilfe der

Bilineartransformation. Natürlich gibt es noch weitere Möglichkeiten (beispielsweise mit Hilfe der geometrischen Reihe, wobei das Verfahren weniger genau ist).

Die Verfahren 1 und 2 approximieren die IR relativ gut, sind aber wegen der umfangreichen Modellfunktionen, der Unstetigkeiten bei den Übergängen der zeitlichen Abschnitte und der großen Parameteranzahlen nicht geeignet für die praktische Realisierung einer Filterstruktur. Ebenso wird die damit verbundene Anzahl an Filterkoeffizienten nicht deutlich kleiner.

Wird die IR nun mit Hilfe gedämpfter Schwingungen approximiert (Verfahren 3), dann stellt die Raumimpulsantwort eine Überlagerung von zeitlich verschobenen, gedämpften Schwingungen dar.

Als Ergebnis der nichtlinearen Regression erhält man für einen bestimmten Zeitabschnitt eine analoge Funktionsgleichung mit Konstanten bzw. Parametern. In allgemeiner Form wird diese Funktionsgleichung (analog) diese Gestalt haben $f(t) = e^{-at} \sin(\omega t)$. Diese analoge Funktion setzt sich aus zwei verschiedenen analogen Zeitfunktionen zusammen.

Diese sollen kurz gesondert betrachtet werden.

Es sei $x(t) = e^{-at}$ mit $x(t) = 0$ für $t < 0$ und $a > 0$. Das Laplace-Integral ist dann

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = \chi(p) = \int_0^{\infty} e^{-at} e^{-pt} dt = \frac{1}{p+a} \quad \text{mit } p = \sigma + j\omega \quad \text{Gleichung 6-3}$$

Hier liegt die imaginäre Achse der p-Ebene mit im Konvergenzbereich der Funktion. Das ist für ein Beispiel in der Abbildung 6-1 skizziert.

Für die Sinusschwingung sieht die Laplacetransformierte so aus

$$\mathcal{L}\{\sin(\omega_1 t)\} = \frac{\omega_1}{\omega_1^2 + p^2} \quad \text{Gleichung 6-4}$$

Die Polstelle ist bei $\pm \omega_1$. In der p-Ebene ergibt sich dann mit der Vorgabe eines Wertes für ein Beispiel die Abbildung 6-2.

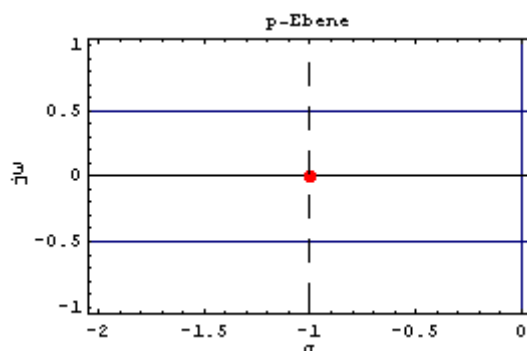


Abbildung 6-1 p-Ebene mit Pol für $x(t) = e^{-at}$ mit $a = 1$

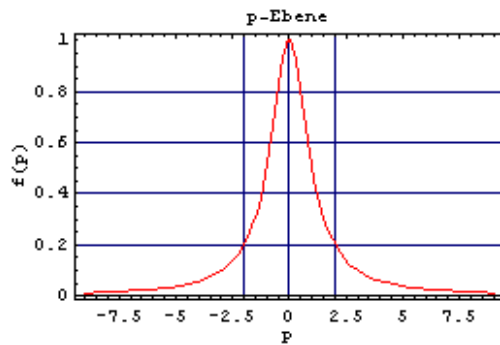


Abbildung 6-2 p-Ebene für $\mathcal{L}\{\sin(\omega_1 t)\}$ mit $\omega_1 = 1$

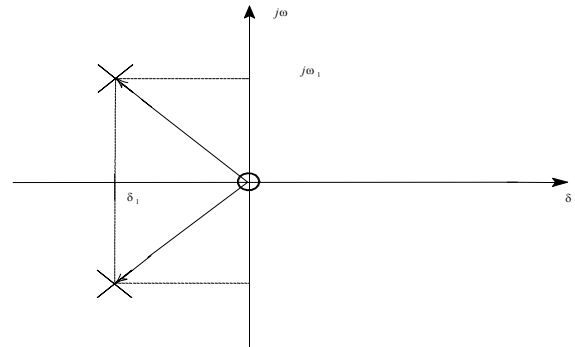


Abbildung 6-3 PN-Bild (gedämpfte Schwingung mit $f_1(t) = e^{-a_1 t} \sin(\omega_1 t)$)

Die analoge Zeitfunktion $f_1(t) = e^{-a_1 t} \sin(\omega_1 t)$ lässt sich mit der einseitigen Laplacetransformation darstellen zu

$$\mathcal{L}\{f_1(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} f_1(t) e^{-pt} dt \quad \text{mit } p = \sigma + j\omega \quad \text{Gleichung 6-5}$$

Das Signal $f_1(t) = e^{-a_1 t} \sin(\omega_1 t)$ muss bei $t = 0$ beginnen. Ein solches Signal ist ein kausales Signal. Mit der L-Transformierten lässt sich ein Pol- und Nullstellenplan (Abbildung 6-3) erstellen. Aus dem PN-Plan der Abbildung 6-3 lassen sich dann weitere Kenngrößen bestimmen. So ist die Kennfrequenz dann $\omega_0 = \sqrt{\delta_1^2 + \omega_1^2}$. Durch die Kenngrößen wird das Polpaar eindeutig festgelegt. Wenn für den Ausschnitt der Impulsantwort $f_1(t) = h_1(t) = h(t)$ gilt, dann muss, wenn das System stabil sein soll, $h(t)$ für $t \rightarrow \infty$ verschwinden. Es existiert dann eine Fouriertransformierte, wenn die imaginäre Achse der p-Ebene im Konvergenzgebiet von $\mathcal{L}\{f_1(t)\}$ liegt. Alle Pole müssen dann in der offenen linken p-Halbebene ($\sigma < 0$) liegen. Die Pole besitzen ausschließlich negative Realanteile. Da $h(t)$ eine abklingende Schwingung ist, ist das System stabil. $\mathcal{L}\{f_1(t)\}$ ist dann mit

$$\sin(\omega_1 t) = \frac{j}{2} (e^{-j\omega_1 t} - e^{+j\omega_1 t})$$

$$F(p) = \int_0^{\infty} \frac{j}{2} (e^{-j\omega_1 t} - e^{+j\omega_1 t}) e^{-a_1 t} e^{-pt} dt = \frac{\omega_1}{(a_1 + p)^2 + \omega_1^2} \quad \text{Gleichung 6-6}$$

Die Impulsantwort bzw. der Ausschnitt der Impulsantwort, der durch eine gedämpfte Schwingung approximiert wurde, führt über die Laplacetransformation auf eine gebrochen rationale Funktion von p. Die Impulsantwort oder der Ausschnitt davon ist reell, somit sind auch alle Koeffizienten reell. Die Nullstellen des Zähler- und Nennerpolynoms lassen sich bis zum 4. Grad gut bestimmen. Darüber hinaus müssen numerische Verfahren angewendet werden. Sind die Pol- und Nullstellen bekannt, dann kann die Übertragungsfunktion in der Produktform dargestellt werden.

Die Pol- und Nullstellen, für den Abschnitt der Raumimpulsantwort gefundene Übertragungsfunktion $F(p) = \mathbf{H}(p) = \frac{\omega_1}{(a_1 + p)^2 + \omega_1^2}$, sind bekannt. Nun soll $\mathbf{H}(p)$ als

digitales Filter realisiert werden. Dabei muss die L-Transformierte in die z-Transformierte überführt werden. Dazu kann die Bilineartransformation verwendet werden. Mit der Bilineartransformation erhält man auf einfache Weise die Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(p)$ in $\mathbf{H}(z)$ überführt.

Der Zusammenhang ist gegeben über

$$e^{pT} = z \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{1}{T} \ln(z) \quad \text{Gleichung 6-7}$$

Die Funktion des natürlichen Logarithmus wird dabei durch die unendliche Reihe mit

$$\ln(z) = 2 \left[\frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \frac{(z-1)^3}{(z+1)^3} + \frac{1}{5} \frac{(z-1)^5}{(z+1)^5} + \dots \right], \quad |z| > 0 \quad \text{Gleichung 6-8}$$

ersetzt.

Über die Bilineartransformation erhält man dann für p den Ausdruck

$$p \approx \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \quad \text{Gleichung 6-9}$$

Gleichung 6-9 wird auch Tustinformel genannt. Das Rundungszeichen kommt durch den Abbruch der unendlichen Reihe nach dem ersten Glied zustande. Entsprechend fehlerbehaftet ist dieses Verfahren. Es gilt $e^{pT} = z$, dann ist $p \approx \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$ und $\mathbf{H}(p)$ geht in $\mathbf{H}(z)$ über.

Da die beiden Polstellen links der $j\omega$ -Achse liegen, werden sie in den Einheitskreis transformiert. Für diesen Fall wird ein stabiles kontinuierliches System in ein stabiles diskretes System transformiert.

Für eine gedämpfte Schwingung $f_1(t) = e^{-a_1 t} \sin(\omega_1 t)$ ist dann

$$\mathbf{H}(z) = \frac{T^2 (1+z)^2 \omega_1}{4(z-1)^2 + 4Ta_1(z^2-1) + T^2 a_1^2 (z+1)^2 + T^2 \omega_1^2 (z+1)^2} \quad \text{Gleichung 6-10}$$

Vereinfacht man $\mathbf{H}(z)$, so erhält man eine gebrochen rationale Funktion in z, mit der ein IIR-Filter aufgebaut werden kann. Die Realisierung der z-Transformierten soll als IIR – Filter 2. Grades (Biquad) erfolgen. Dargestellt ist das Biquad in der Abbildung 6-4.

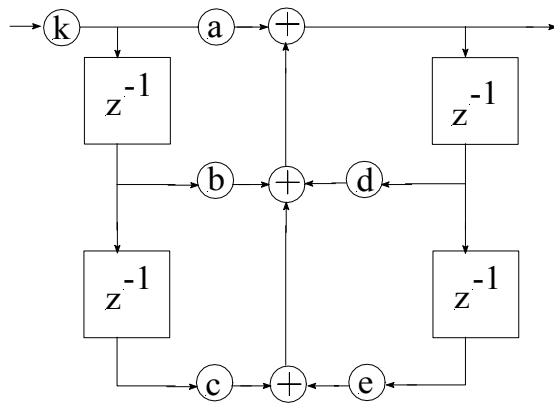


Abbildung 6-4 Biquad (Block 2. Grades)

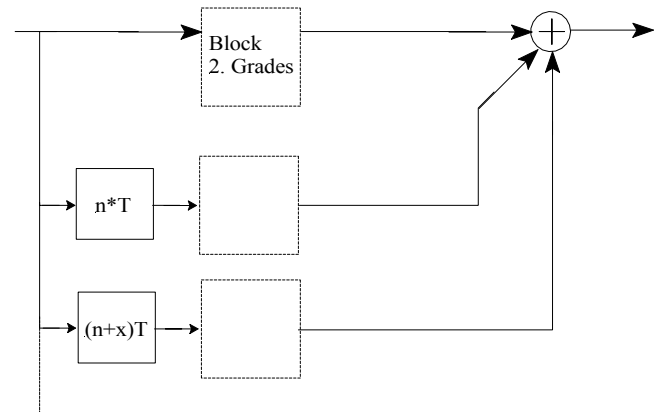


Abbildung 6-5 Parallelstruktur für die approximierte IR

Die Form des Filters in der Abbildung 6-4 realisiert eine Dämpfungskurve mit $\mathbf{H}(z)$, wenn von der analogen Zeitfunktion die L-Transformierte bestimmt und anschließend $\mathbf{H}(z)$ bestimmt wird..

Die Struktur für die gesamte Approximation der IR ergibt dann eine Parallelschaltung solcher Biquads. Die Parallelschaltung der Biquads ist in der Abbildung 6-5 aufgezeigt.

7 Hörtest

Hörtests gehören zum Gebiet der Psychoakustik. Psychoakustik beschreibt die durch Hörereignisse verursachten Hörempfindungen mittels Kennlinien. Dabei werden die Möglichkeiten der Aufnahme von Hörereignissen durch das Ohr untersucht, nicht die Funktionsweise.

Diese Tests sind notwendig, um Berechnungsverfahren bei der Bearbeitung und Übertragung von Audiomaterial zu untersuchen. Bei der Erstellung solcher Daten muss sehr genau vorgegangen werden. Ein Hörtest ist in gewisser Hinsicht auch ein Messverfahren. Der Hörtest, wenn er unter gleichen Bedingungen wiederholt wird, soll zu den gleichen Ergebnissen führen. Meist erreicht man ein gesichertes Ergebnis, wenn die Gruppe der Hörtestteilnehmer groß ist.

Ebenso müssen die für den Test verwendeten Geräte höchsten Ansprüchen genügen, und auch das zum Test vorbereitete Audiomaterial sollte bis auf das durchgeführte Verfahren keinen anderen Einflüssen (Verrauschen während der Verarbeitung, unterschiedliche Abtaststraten etc.) unterliegen. Ebenso muss sehr viel Wert auf die Aussteuerung bei Sprache und Musik gelegt werden. Nur so kann durch einen Hörtest das beurteilt werden, was am Signal gezielt verändert wurde.

Bei der Auswahl des entsprechenden Testverfahrens muss sorgsam vorgegangen werden. So gibt es bereits Untersuchungen zu psychoakustischen Tests [Ser1980] und ausführliche Ausführungen zu Normen und Bewertungsskalen [Spo1998]. Richtlinien für die Hörtest sind zum Beispiel die ITU – R BS.1116 und die ITU BS.MUSHRA.

Für Hörtests bestehen die Möglichkeiten, das Testsignal über Lautsprecher in den Raum oder über Kopfhörer der Testperson zuzuführen. Dabei ist zu beachten, dass der Raum das Schallereignis durch seine Geometrie verändert, wenn nicht im Nahfeld der Lautsprecher gehört wird.

Da bei den durchzuführenden Tests das räumliche Merkmal bereits in das Testsignal eingearbeitet wurde, wird das Testsignal über Kopfhörer der Testperson zugeführt.

Hörtests sind meist sehr aufwendige Tests, da hier eine repräsentative Anzahl an Versuchspersonen zur Verfügung stehen muss, um signifikante Aussagen machen zu können. In solchen Hörtests werden meist natürliche Signale wie Musik oder Sprache eingesetzt.

Bei der Untersuchung raumakustischer Eigenschaften könnten auch synthetische Signale, zum Beispiel Sinussignale [Ser1980] verwendet werden. In jedem Fall muss ein Referenzsignal [Spo1998] zur Verfügung stehen. Die Auswertung solcher Tests erfolgt mit statistischen Mitteln. Bei solchen Tests wird die Qualität eines Audiosignals beurteilt oder die Wahrnehmung raumakustischer Eigenschaften geprüft. Meist werden verschiedene Signale zum Vergleich angeboten.

Für diese Hörtests wird ein trockenes Signal über ein entsprechendes Filter gegeben, wobei die Filterkoeffizienten entsprechend geändert werden. Für die Prüfung muss nun für den entsprechenden Test ein Parameter festgelegt werden, der eine Auswertung der Hörereignisse erlaubt. Dabei ist das trockene Musikstück das Referenzsignal. Die hier durchgeführten Hörtests erfolgen in Anlehnung an die Normen aus [Spo1998].

Zur Auswertung von Hörtests werden verschiedene Skalenformen, wie Nominal-, Ordinal-, Intervall- und Ratioskalen, verwendet. Diese sind der Statistik entnommen.

7.1 Hörtestarten

7.1.1 Genormte Hörtests

Ein genormter Hörtest ist zum Beispiel der Hörtest nach ITU-R. BS.1116. Bei diesem Test werden jeder Testperson drei Signale A, B und C angeboten. Diese Signale beinhalten immer den gleichen zeitlichen Ausschnitt des Audiosignals. A ist immer das unbearbeitete Original (trockenes Referenzsignal), B und C sind eine Zufallsfolge aus dem Original und dem zu bewertenden Signal. Da entweder B oder C identisch zu A sind, muss mindestens einmal die Note 5 (vgl. Bewertungsskala nach CCIR – Tabelle 7-1) „keine Unterschiede wahrnehmbar“ vergeben werden.

In einer Neufassung dieses Tests muss sich jede Testperson nur noch entscheiden, ob B oder C das bearbeitete Signal ist. Dem vermeintlich bearbeiteten Signal wird dann eine Note gegeben. Dem anderen Signal wird dann automatisch die Note 5 zugeordnet.

Als Ergebnis dieses Tests erhält man die Noten für das zu bewertende Signal als auch die Noten für das Referenzsignal für jede Person und für jedes Teststück.

Bevor es zur Auswertung des Hörtests kommt, wird betrachtet, ob sich die Werte jeder einzelnen Versuchsperson signifikant von Raten unterscheiden. Hierzu wird mittels eines t-Tests eine Untersuchung durchgeführt.

Die Bewertungsskala nach CCIR sieht wie folgt aus:

Note	Bewertung
5,0	keine Unterschiede wahrnehmbar
4,0	Unterschiede wahrnehmbar
3,0	leicht störend
2,0	Störend
1,0	sehr störend

Tabelle 7-1 Bewertungsskala nach CCIR

Außerdem kann der sogenannte AB-X-Test oder der Paar-Test als eine weitere Hörtestmöglichkeit verwendet werden. Auch bei diesem Hörtest (AB-X-Test) werden jeder Versuchsperson 3 Signale angeboten. Alle Signale beinhalten den gleichen zeitlichen Ausschnitt. Das Referenzsignal auch ist das trockene Signal. A ist immer das Original (trockenes Signal), B immer das bearbeitete Signal (trockenes Signal gefaltet mit der IR des Raumes als FIR- oder IIR- Filter). X ist entweder das Original oder das bearbeitete Signal. Die Versuchsperson muss das Signal X entsprechend der CCIR - Skala benoten. Dabei werden während eines Tests für eine Versuchsperson alle Signalstücke mindestens zweimal abgespielt. Damit kommen die Varianten ABA und ABB vor. Daraus folgt aber, dass dieser Test umfangreicher ist. Ein Vorteil aber ist, dass sich die Versuchspersonen durch das bekannte Signal B auf die zu erwartende Signalveränderung viel besser einstellen können. Als Ergebnis erhält man dann die Noten für das bearbeitete und das Referenzsignal von jeder Testperson. Die Auswertung erfolgt in ähnlicher Weise wie bei dem zuvor genannten Test.

Eine letzte Testmöglichkeit ist der sogenannte Paar-Test. Jeder Testperson werden nur 2 Audiosignale angeboten. A und B können sowohl das bearbeitete als auch das Referenzsignal sein. Dabei können alle 4 Kombinationen auftreten. Die Testperson beantwortet für jedes Paar die gleiche Frage: „gleich“ oder „ungleich“? Für jedes zu bewertende Signal werden mehrere

(meist 10 oder mehr) solcher Paare erzeugt. Die Anzahl der richtigen Antworten ermöglicht eine Aussage, ob diese Person bei dem entsprechenden Testsignal einen Unterschied hört. Hier sollen 10 Signalpaare ausreichen, um den Hörtest durchzuführen. Es sei n die Anzahl der Wiederholungen eines Tests, so ist für den Fall, dass der Testhörer keinen Unterschied hört, die Wahrscheinlichkeit $p_m = \binom{n}{m} \frac{1}{2^n}$, dass genau m richtige Antworten gegeben werden.

Dabei ist n über m der Binomialkoeffizient mit $\binom{n}{m} = \frac{n!}{(m!(n-m)!)}.$

Hat man also zum Beispiel 10 Wiederholungen, so ergibt sich die Tabelle mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit $P_m = 1 - \sum_{i=0}^m p_i$ gibt die Antworten an, die bei 10 Versuchen mehr als m richtige Antworten ergeben. Aus der Tabelle 7-2 ist ersichtlich, dass erst 8 richtige Antworten einen hörbaren Unterschied ergeben. Dabei ist eine Signifikanzschwelle von 95 % vorausgesetzt.

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_m	0,001	0,01	0,044	0,117	0,205	0,246	0,205	0,117	0,044	0,01	0,001
P_m	0,999	0,989	0,945	0,828	0,623	0,377	0,127	0,055	0,011	0,001	0,0

Tabelle 7-2 AB – Hörtest und zugeordnete Wahrscheinlichkeiten bei $n = 10$

Eine subjektive Bewertung von hörbaren Störungen kann mit diesem Test nicht erzielt werden.

7.1.2 Auswahl der Testpersonen

Zur subjektiven Beurteilung werden geeignete Testpersonen gebraucht. Diese können zuvor gezielt ausgewählt oder durch Vorversuche gewonnen werden.

Angestrebt sind mindesten 10 Testpersonen. Dazu sei auf die Tabelle 7-3 verwiesen. Nach der ITU – R BS 1116 sollten ausschließlich geübte Testhörer für einen Hörtest herangezogen werden, da diese auf Grund ihrer Erfahrung sehr gute Ergebnisse liefern, die auch bei Wiederholungen nachvollziehbar sind.

Name	Alter	Interessen (Musik)	Beruf	Geschlecht
P01	28	Toningenieur, Musiker	wiss. Mitarbeiter	männlich
P02	27	Organist, Kirchenmusiker (C-Prüfung), Klavier, Chordirigat, Komposition	wiss. Mitarbeiter	männlich
P03	24	Geige, Orchester, Musik und Audio-Aufnahme, Verarbeitung, Wiedergabe u.ä.	Student	männlich
P04	35	hört gern Musik	techn. Mitarbeiter	männlich
P05	26		Sekretärin	weiblich
P06			Sekretärin	weiblich
P07	45	Jazz, Klassik (19. und 20. Jh.), Musical	wiss. Mitarbeiter	männlich
P08	33	Musik	wiss. Mitarbeiter	männlich
P09			wiss. Mitarbeiter	männlich
P10	28	spielt Gitarre	wiss. Mitarbeiter	männlich
P11			wiss. Mitarbeiter	männlich
P12	26	Ärzte, Placebo, Jazzamor, Wir sind Helden	wiss. Mitarbeiter	männlich
P13	27	Pop, Rock, Elektro-Musik	wiss. Mitarbeiter	männlich
P14	27	Jazz, Funk, elektronische Sachen; spielt E-Bass (Jazz)	wiss. Mitarbeiter	männlich
P15	26	spielt Flöte	wiss. Mitarbeiter	männlich
P16	31	Sänger	wiss. Mitarbeiter	männlich
P17	31	Pop, Jazz	wiss. Mitarbeiter	männlich
P18	24	spielt Gitarre	Student	männlich
P19	26	hört gern Musik	Student	männlich
P20	28	bevorzugt elektronische Musik; spielt Posaune und Klavier	wiss. Mitarbeiter	männlich
P21	27	spielt Cello	Student	männlich
P22	28	Ska, 80er, Dance	Mitarbeiterin bei KIKA/ MDR	weiblich
P23	26	Electronic, Ambient	Student	männlich
P24			Student	männlich
P25	23	E-Gitarre, Bass, Gesang, Songwriting, Aufnehmen, Mischen	Student	männlich
P26			wiss. Mitarbeiter	männlich

Tabelle 7-3 Angaben über die Testpersonen

Neben diesen Testpersonen sollen auch einfache Einzelurteile von weiteren Testpersonen herangezogen werden.

7.1.3 Auswahl der Testsequenzen

Für die Hörtests wurden speziell aufgenommene Signale (Sprache, Musik) verwendet. Zum Einsatz vorgesehen sind insgesamt 20 Stücke. Die minimale Anzahl der verwendeten Teststücke sollte 10 sein. Die Auswahl erfolgte dann nach der Bearbeitung der trockenen Stücke so, dass nur Stücke gewählt wurden, die keine nennenswerte Übersteuerung aufwiesen.

Alle Teststücke sind im schalltoten Raum aufgenommen wurden. Sie liegen auf CD vor. Eine CD war von der Firma DENON, die andere von der Firma LEXICON.

Die Stücke wurden von der CD ausgelesen, in das WAV – Format mit einer Abtastfrequenz von 44100 Hz und einer 16 – bit Quantisierung überführt. Die Überführung war notwendig, um die Offlineberechnungen mit den trockenen Signalen durchführen zu können.

Einen Überblick über die für den Hörtest in Anlehnung an die ITU-R BS 1116 verwendeten Musikstücke liefert die Tabelle 7-4. Neben dem Titel und der Länge der einzelnen Stücke ist noch der spektrale Bereich der Stücke aufgeführt.

Nr.	Bezeichnung Im Test	Nr. auf der CD	Titel (Original-länge in min)	Zeit ca. in s	Hautspektrum	Eigenschaft
1	DenonTrack1	4	txt. eng. weibl. trocken (1:36)	20 s	20...3000 Hz	Sprache
2	DenonTrack2	5	txt. eng. eng. männl. (1:37)	20 s	20...3500 Hz	Sprache
3	DenonTrack3	12	Gitarre trocken (2:19)	20 s	20...2500 Hz	ein Instrument
4	DenonTrack4	14	Gitarre trocken (1:15)	20 s	20...3600 Hz	ein Instrument
5	DenonTrack5	20	Streicher trocken (1:15)	20 s	20...5000 Hz	ein Instrument
6	DenonTrack6	26	Congas trocken (0:40)	20 s	280...2500 Hz	ein Instrument
7	DenonTrack7	27	Xylophon (Glas ?) trocken (0:27)	20 s	1300...1700 Hz	ein Instrument
8	DenonTrack8	28	Trommeln trocken (1:28)	20 s	20...840 Hz	
9	DenonTrack9	34	Trompete trocken (0:57)	20 s	450...3000 Hz	ein Instrument
10	DenonTrack10	38	Trompete trocken (1:12)	20 s	500...5500 Hz	ein Instrument
11	LexiconTrack1	19	Acoustic Chords 2 (2:13)	20 s	150...4300 Hz	ein Instrument
12	LexiconTrack2	23	Electric Solo (0:44)	20 s	63...7400 Hz	ein Instrument
13	LexiconTrack3	24	Electric Clean & Fast (0:32)	20 s	150...5000 Hz	ein Instrument
14	LexiconTrack4	25	Electric Dirty (1:24)	20 s	63...4900 Hz	ein Instrument
15	LexiconTrack5	26	Electric Crunch (0:38)	20 s	63...7400 Hz	ein Instrument
16	LexiconTrack6	28	Fingered (0:49)	20 s	20...2800 Hz	ein Instrument
17	LexiconTrack7	39	Horn Section 1 (1:23)	20 s	20...9700 Hz	ein Instrument
18	LexiconTrack8	41	Sax Solo (0:30)	20 s	20...5000 Hz	ein Instrument
19	LexiconTrack9	44	Accordion Solo (0:35)	20 s	280...5500 Hz	ein Instrument
20	LexiconTrack10	47	African Bell / Slit Drum (0:43)	20 s	150...2800 Hz	zwei Instrumente

Tabelle 7-4 Überblick über die verwendeten trockenen Stücke

Zur Bestimmung des Spektrums, wurde die entsprechende wav-Datei eingelesen, das Betragsamplitudenspektrum bestimmt und der Frequenzbereich, in dem sich fast alle Anteile des Signals befinden, abgelesen.

7.1.4 Durchführung der Hörtests

Zur Durchführung der Hörtests werden die entsprechenden Kombinationen der Teststücke auf dem entsprechenden Medium platziert. Diese werden monaural über einen Vorverstärker von STAX und einen Kopfhörer von STAX wiedergegeben. Die Abhörlautstärke kann für die monaurale Wiedergabe über Kopfhörer am Vorverstärker geregelt werden.

Bevor dann der eigentliche Hörtest startet, sollen sich die Testpersonen mit dem Ablauf und den Musik- und Sprachstücken vertraut machen, so dass sie sich nicht mehr auf den Inhalt der Stücke und den Ablauf des Tests konzentrieren, sondern auf die raumakustischen Wahrnehmungen. Dazu lag jeder Testperson ein Ablaufplan vor, und sie wurde zur Handhabung unterwiesen.

Zunächst wurden die Musikstücke zusammengefasst. Die Länge aller Stücke beträgt ca. 20 s und die Pause zwischen diesen ca. 2 s. In Voruntersuchungen hat sich dieses als unpraktikabel erwiesen. So wurden die Musikstücke dann einzeln dem Testhörer zur Verfügung gestellt. Er konnte entscheiden, ob er die gesamte Länge der Teststücke zum Hören benötigt oder schon nach einigen Sekunden das Hören des einen Musikstücks abbricht. So konnte auch Zeit bei der Durchführung der Tests gespart werden. Der Testhörer war auch in der Lage, sich Stücke erneut anzuhören, wenn er die Entscheidung nicht eindeutig treffen konnte.

Die Signale liegen in Mono oder zweikanalig vor. Diese Form der Darbietung von Audiomaterial ist besonders gut geeignet, um Unterschiede zwischen dem Original und dem veränderten Stück herauszufinden.

7.2 Hörtest nach ITU-R BS 1116 und Test zu einer Wahrscheinlichkeit

Entsprechend der Voruntersuchungen hat sich der Hörtest nach ITU-R BS 1116 als geeignet herausgestellt (http://www.irt.de/wittek/hauptmikrofon/ORF_und_FHD-ateien/sheet001.htm). Wird die Bewertungsskala von 1 bis 5 gewählt, soll zur Auswertung der Test zu einer Wahrscheinlichkeit verwendet werden. Der Fragebogen ist in der Tabelle 7-5 dargestellt. Besonders interessiert hat die Frage nach dem Raumeindruck.

Beim Hörtest „triple stimulus with hidden reference“ werden jeder Testperson drei Signale A, B und C angeboten. Diese Signale beinhalten immer den gleichen zeitlichen Ausschnitt des Audiosignals. A ist immer das unbearbeitete Original (Referenzsignal), B und C sind eine Zufallsfolge aus dem Original und dem zu bewertenden Signal. Da entweder B oder C identisch zu A sind, muss mindestens einmal die Note 5 (Bewertungsskala nach CCIR Tab. 7-1) „keine Unterschiede wahrnehmbar“ vergeben werden.

In einer Neufassung dieses Tests muss sich jede Testperson nur noch entscheiden, ob B oder C das bearbeitete Signal ist. Dem vermeintlich bearbeiteten Signal wird dann eine Note gegeben. Dem anderen Signal wird dann automatisch die Note 5 zugeordnet [Spo1998].

A	B	C	Unterschied ? Ja = 1	Bemerkung	Raumeindruck ungleich	1	2	3	4	5	Raumeindruck gleich
			0								
			0								
			0								

Tabelle 7-5 Bewertung der Stücke A und B und der Raumgröße

Als Ergebnis dieses Tests erhält man sowohl die Noten für das zu bewertende Signal als auch die Noten für das Referenzsignal für jede Person und für jedes Teststück.

Es wurden 20 Teststücke verwendet, darunter auch Sprache als Teststücke. Der Test wurde mit 26 Testpersonen erarbeitet.

7.3 Auswertung Hörtest mit dem Test zu einer Wahrscheinlichkeit

Die Auswertung des Hörtests wird nicht mit dem t-Test durchgeführt (vgl. ITU – R BS 1116). Hier wird der Test zu einer Wahrscheinlichkeit zur Auswertung herangezogen.

Zunächst werden Histogramme erstellt. Dabei wird für jedes Musikstück (Index i) bei jeder Testperson (Index j) die Differenz zwischen der Bewertung des Signals und der Bewertung des Referenzsignals gebildet mit $\Delta_{ij} = S_{ij} - R_{ij}$. Entsprechend der Bewertungsskala nach Tabelle 7-5 liegen die Werte der Differenzen zwischen $\{-4, -3, \dots, 0, 1, \dots, 4\}$. Nun werden die absoluten Häufigkeiten über alle Testpersonen pro Musikstück bestimmt.

Absolute Häufigkeit bedeutet, daß der Merkmalswert (in diesem Fall der Differenzwert) in der Reihe h - mal vorkommt, er die absolute Häufigkeit h besitzt. Dabei gilt

$$0 \leq h \leq n \text{ und } \sum_{i=0}^k h_i = n \text{ mit } k: \text{Anzahl der Merkmalswerte.}$$

Alternativ bezeichnet die relative Häufigkeit das Verhältnis aus h und n . Kommt der Merkmalswert innerhalb der Reihe mit der Gesamtzahl der Werte n h - mal vor, so bezeichnet man das Verhältnis der absoluten Häufigkeit zum Umfang der Werte n , der Reihe als relative Häufigkeit $f = \frac{h}{n}$ mit $0 \leq f \leq 1$.

Werden die Ergebnisse in Klassen zusammengefasst und dann die Häufigkeit innerhalb der so vorgegebenen Klassen gezählt, so erhält man die Klassenhäufigkeit h_n bzw. f_n , wobei m die Klassennummer ist.

Da zum Zeitpunkt der Auswertung 26 Testpersonen zur Verfügung standen, ergaben sich folgende Histogramme:

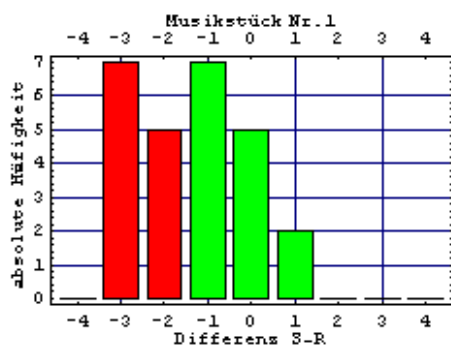


Abbildung 7-1 Histogramm Stück 1

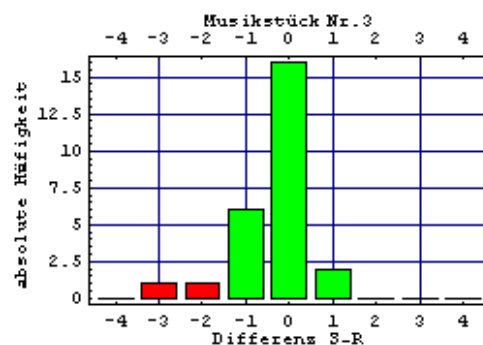


Abbildung 7-3 Histogramm Stück 3

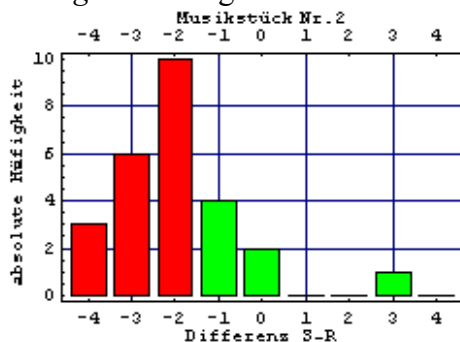


Abbildung 7-2 Histogramm Stück 2

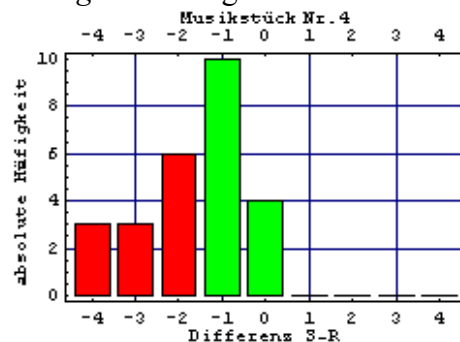


Abbildung 7-4 Histogramm Stück 4

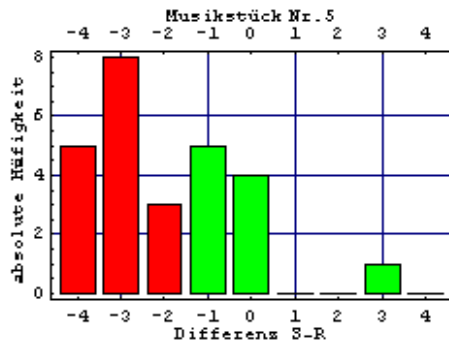


Abbildung 7-5 Histogramm Stück 5

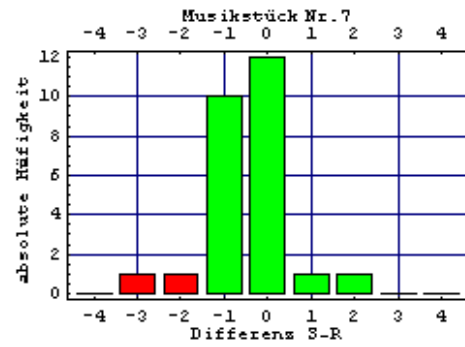


Abbildung 7-7 Histogramm Stück 7

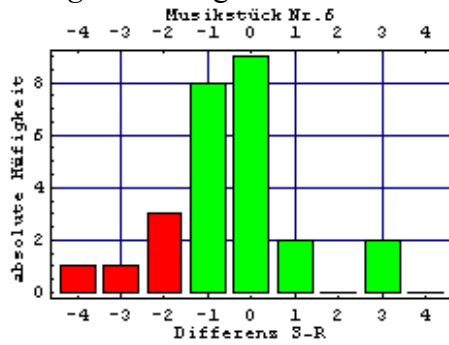


Abbildung 7-6 Histogramm Stück 6

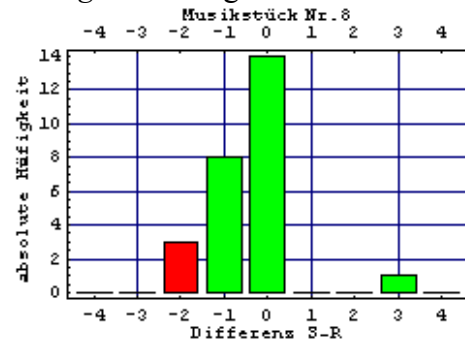


Abbildung 7-8 Histogramm Stück 8

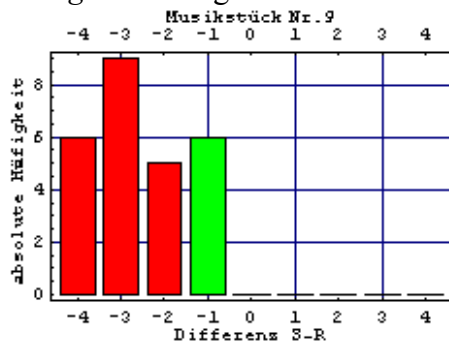


Abbildung 7-9 Histogramm Stück 9

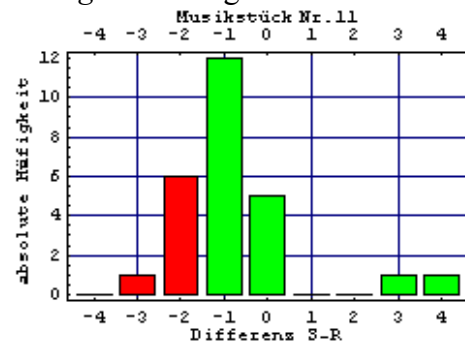


Abbildung 7-11 Histogramm Stück 11

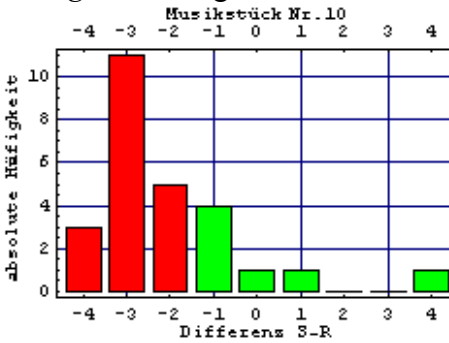


Abbildung 7-10 Histogramm Stück 10

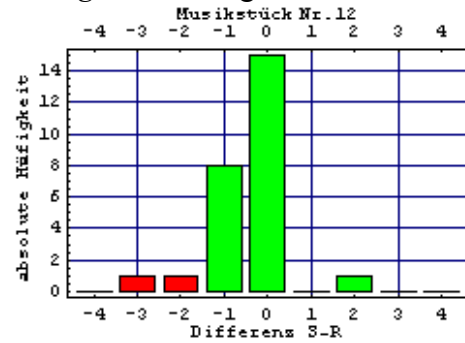


Abbildung 7-12 Histogramm Stück 12

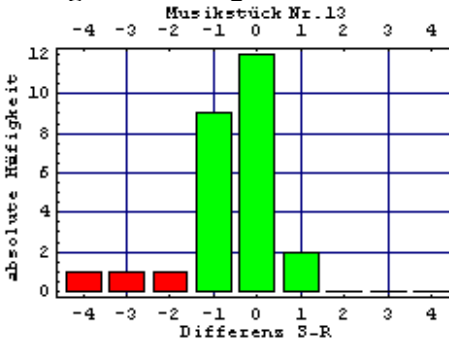


Abbildung 7-13 Histogramm Stück 13

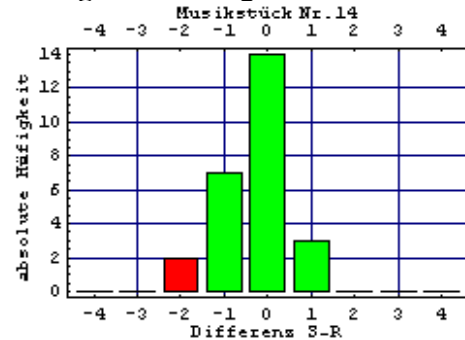


Abbildung 7-14 Histogramm Stück 14

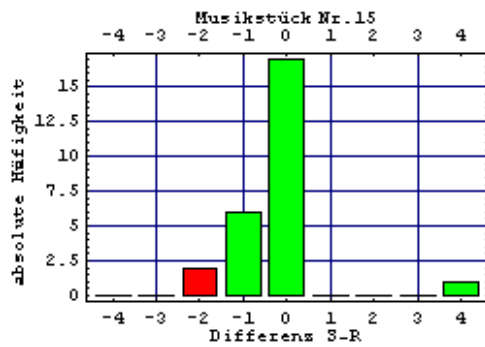


Abbildung 7-15 Histogramm Stück 15

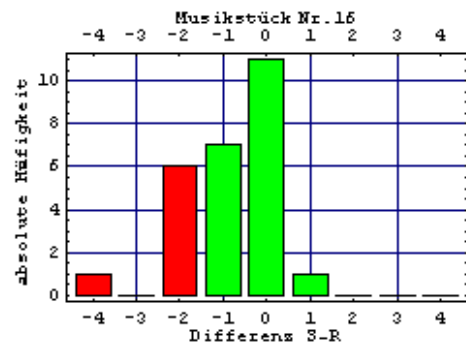


Abbildung 7-16 Histogramm Stück 16

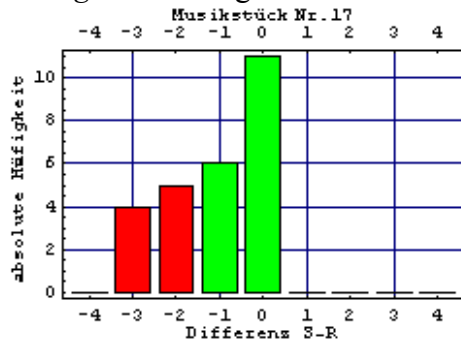


Abbildung 7-17 Histogramm Stück 17

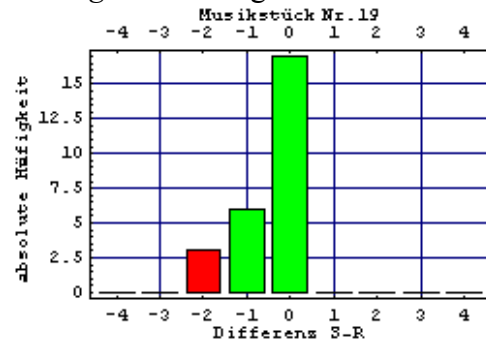


Abbildung 7-19 Histogramm Stück 19

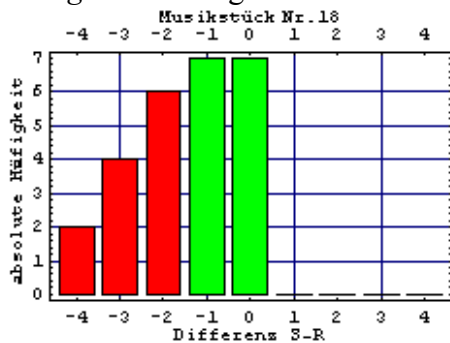


Abbildung 7-18 Histogramm Stück 18

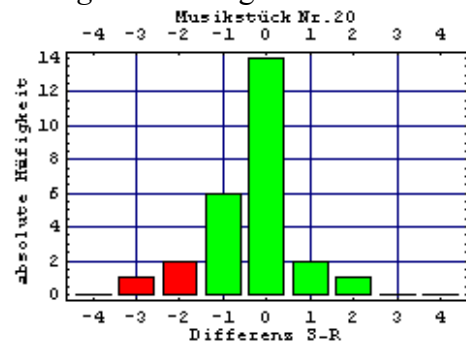


Abbildung 7-20 Histogramm Stück 20

Für die Auswertung des Tests, zu welcher Wahrscheinlichkeit kein hörbarer Unterschied besteht, wurde die nachfolgende Variante verwendet (vgl. Anhang A, Punkt A 6.2).

- α : Signifikanzniveau; $\alpha = 0,05$
 h_n : absolute Häufigkeit
 p : zugehörige unbekannte Wahrscheinlichkeit
 p_0 : vorgegebene Wahrscheinlichkeit

Variante :

$$H_0 : p \geq p_0, \quad H_1 : p < p_0 \quad \text{mit } p_0 = 0,8$$

$$\text{Testgröße} \quad T = \frac{h_n - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

H_0 wird abgelehnt, falls $T < \lambda_\alpha = -\lambda_{1-\alpha}$

Unter H_0 ist $h_n(A)$ binominalverteilt. Da die Testgröße T nur asymptotisch normalverteilt ist, wird die Anwendung des Tests in der oben angegebenen Form nur empfohlen. Da jedoch zum Zeitpunkt nur 26 Testpersonen zur Verfügung standen, liefert der Test nur unvollständige Ergebnisse. Diese weisen aber auf die Tendenz hin (Tab. 7-6).

Musikstück Nummer	Testgröße T	λ_α -Wert	$H_0 : p \geq p_0$	$H_1 : p < p_0$
1	-3,333	-1,645	Nein	Ja
2	-6,766	-1,645	Nein	Ja
3	1,568	-1,645	Ja	Nein
4	-3,333	-1,645	Nein	Ja
5	-5,295	-1,645	Nein	Ja
6	0,098	-1,645	Ja	Nein
7	1,568	-1,645	Ja	Nein
8	1,078	-1,645	Ja	Nein
9	-7,256	-1,645	Nein	Ja
10	-6,766	-1,645	Nein	Ja
11	-0,882	-1,645	Ja	Nein
12	1,568	-1,645	Ja	Nein
13	1,078	-1,645	Ja	Nein
14	1,568	-1,645	Ja	Nein
15	1,568	-1,645	Ja	Nein
16	-0,882	-1,645	Ja	Nein
17	-1,863	-1,645	Nein	Ja
18	-3,333	-1,645	Nein	Ja
19	1,078	-1,645	Ja	Nein
20	1,078	-1,645	Ja	Nein

Tabelle 7-6 Auswertung des Tests zu einer Wahrscheinlichkeit ($p_0 = 0,8$)

Aus der Tabelle 7-6 geht hervor, dass für die Teststücke 3, 6, 7, 8, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19 und 20 H_0 nicht abgelehnt wird. Das unterstreicht die Qualität des Verfahrens.

8 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Ausführungen zum Schallfeld und den Kennzahlen im Raum gemacht. Da die RIA Gegenstand der Untersuchung ist, werden die Mess- und Simulationsmöglichkeiten in der Raumakustik beschrieben.

Die Untersuchung der Messverfahren ergab zwei Möglichkeiten der messtechnischen Bestimmung der RIA. Das sind das MLS- und das Multisinusverfahren.

Das MLS-Verfahren wurde weiter für die Bestimmung der RIA realer Räume verwendet.

Die messtechnische aufgenommene RIA wird analysiert, um daraus Modellgleichungen zu bestimmen. Diese entwickelten Modellgleichungen werden beschrieben. Dabei handelt es sich um:

1. - überlagerte Sinusfunktionen
2. - Parabeln
3. - gedämpfte Schwingungen

Mit Hilfe dieser Modellgleichungen werden verschiedenen Wege der Approximation gezeigt. Die Modellgleichung der gedämpften Schwingung wurde entsprechend der statistischen Untersuchung mit r gewählt.

Da alle Modellgleichungen nichtlineare Terme beinhalten und es keine Möglichkeit der Linearisierung bezüglich des Signals (RIA) gibt, kommen zur Approximation nichtlineare Regressionsverfahren zur Anwendung.

Mit Hilfe eines Testdatensatzes wird aus den bekannten nichtlinearen Regressionsverfahren das Effektivste ermittelt. Die Methode nach Levenberg und Marquardt dient der Anpassung der Modellgleichung an die Originaldaten (RIA).

Anschließend werden Testdatensätze mit digitalen IIR-Filtern erstellt, die mit einem Hörtest geprüft werden.

Mit insgesamt 26 Testpersonen im Hörtest konnte das Ergebnis bestätigt werden. 60% der Musikstücke weisen keinen hörbaren Unterschied auf.

Das Verfahren kann allgemein für die Approximation vergleichbarer Signalstrukturen in anderen Gebieten verwendet werden und ist damit auch in anderen Zusammenhängen nutzbar, beispielsweise in der Medizin zur Bestimmung der Eigenschaften der Blutdruckkurve an der Arteria femoralis (Oberschenkschlagader).

Literaturverzeichnis

- [Ber1967] Berlekamp, E.R., „Factoring polynomials over finite fields“, Bell Systems T.J.46, 1953-1959, 1967
- [Ber1993] Berkhout, A.J., D. de Vries, P. Vogel, „Acoustic control by wave field synthesis“, J.Acoust.Soc.Am.93,2764, 1993
- [Bev1992] Bevington, Philip, R.; D. Keith Robinson, „Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences“, McGraw Hill Text ISBN: 0079112439, 1992
- [Bla1971] Blauert, J., „Räumliches Hören“, Hirzel Verlag Stuttgart, 1971
- [Bor1983] Borish, J., Angel, J.B., „An efficient algorithm for measuring the impulse response using pseudorandom noise“, J. Audio Eng. Soc., Vol. 31, pp. 478-487, 1983
- [Bos1993] Bosch, „Mathematik – Taschenbuch“, Oldenburg VL München, 1993
- [Bri2001] Brix, Sandra, Plogsties, Jan, Sporer, Thomas, „CARROUSO – A European Approach to 3D - Audio“, AES 110 th Convention, 2001
- [Bro1979] Bronstein, S., „Taschenbuch der Mathematik“, Teubener Verlagsgesellschaft Leipzig, 1979
- [Bro1999] James D. Broesch, „Digitale Signalverarbeitung“, Elektor-Verlag GmbH, 1999

- [Cha1995] Chatterjee/Price, „Praxis der Regressionsanalyse“, R. Oldenbourg Verlag München, 1995
- [Cla1971] Clauß, Ebner, „Grundlagen der Statistik“, Volk und Wissen Volkseigener Verlag Berlin, 1971
- [Cre1976] Cremer, Müller, „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik“, Hirzel Verlag Stuttgart, 1976
- [Cre1978] Cremer, „Die wissenschaftlichen Grundlagen der Raumakustik“ Bd. I Teil 1-3, 2. Aufl., Hirzel Verlag Stuttgart, 1978
- [Cre1990] Cremer, Hubert, „Vorlesungen über technische Akustik“, Springer Verlag, 1990

- [Dic1987] Dickreiter, Michael, „Handbuch der Tonstudiotechnik“, Bd. I, K. G. Saur Verlag, München, 1987

- [Ede1992] Ederer, Hans-Jörg, „Computermodellierung von Raumbeschallungsanlagen“, Dissertation, TU Dresden, 1992

- [Fas1987] Fasold, Sonntag, Winkler, „Bau- und Raumakustik“, VEB Verlag Berlin, 1987
- [Fel1998] Fellner, Maria, „Recheneffiziente Modellierung von Außenohrübertragungsfunktionen“, Diplomarbeit, Universität für Musik und darstellende Kunst Graz, Oktober 1998
- [Fin1997] Finger, A., „Pseudorandom Signalverarbeitung“, Teubner Verlag Stuttgart, 1997
- [Fle1987] Fletcher, R., „Practical Methods of Optimization“, Second Edition, John Wiley & Sons, 1987
- [Fli1993] Fliege, „Multiraten - Signalverarbeitung“, Teubner VL Stuttgart, 1993
- [Fra1969] Francke, Hermann, „dtv Lexikon der Physik“, Band 4, 1969

- [Gen1984] Genuit, K., „Ein kalibrierfähiges Kunstkopf – Meßsystem“, DAGA 84, 279ff
- [Gen1996] Genuit, Brennecke, Peus, „Standardisierung von Kunstkopf – Meßsystemen, DAGA 96, Bonn
- [Gim1994] Gimlott, Frank, „Anwendung der Maximalfolgen-Analyse für bauakustische Messungen“, TU Chemnitz-Zwickau 1994
- [Goe2002] Goertz, Wolff, Naumann, „Optimierung der Wiedergabe von Surround Lautsprecheranordnungen in Tonstudios und Abhörräumen“, 22. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 2002
- [Goo2002] Goossens, S., Stumpner, R., Lamparter, H. [Institut für Rundfunktechnik], „Hochwertige Auralisation der Schallfelder in Produktionsräumen“, 22. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 2002

- [Hes1993] Hess, W., „Digitale Filter“, Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1993
- [Hes1997] Hesse, Matthias, „Simulation der Schallausbreitung in einem vorgegebenen Raum mit Hilfe der Spiegelquellenmethode“, Reg.-Nr.: 682-96D-13, TU Ilmenau 1997
- [Hey1967] Heyser, Richard C., „Acoustical Measurements by Time Delay Spectrometry“, Journal of the AES New York, 1967
- [Hoh1985] HOHOLDT, T., JENSEN, H.-E., JUSTESEN, J., „Aperiodic Correlations and the Merit Factor of a Class of Binary Sequences“, IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. IT-31 NO. 4, JULY 1985
- [Hoh1988] HOHOLDT, T., JENSEN, H.-E., „Determination of the Merit Factor of Legendre Sequences“, IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. 34, NO. 1, JANUARY 1988

- [Höp1997] Höppner, Steffen, „Simulation der Schallausbreitung in einem vorgegebenen Raum mit Hilfe der Schallteilchenmethode“, Reg.-Nr: 682-96D-14, TU Ilmenau 1997
- [Hub2002] Huber, Thomas, „Zur Lokalisation akustischer Objekte bei Wellenfeldsynthese“, TU München, Diplomarbeit, 2002
- [Hüt1994] Hüttenhofer, Lesch, Peyerimhoff, „Mathematik in Anwendung mit C++“, Quelle & Meyer Verlag Heidelberg und Wiesbaden, 1994
- [Irm1998] Irmer, R., „Zur Crestfaktor – Minimierung von Multisinussignalen“, 43. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau, vom 21.-24. September 1998
- [ITU-1116] “Methods for the subjective assessment of small impairments in audio systems including multichannel sound systems”, Rec. ITU – R BS 1116, 1994
- [ITU-MUSHRA]”Method for the subjective assessment of intermediate audio quality”, ITU Doc. 6/106 E, 2001
- [Jec2002] Jecklin, Jürg, „Surround-Aufnahmetechnik OSIS 321“Universität für Musik und darstellende Kunst, Wien, Oktober 2002
- [Kir1999] Kirilusha, Anthony, Narayanaswamy, Ganesh, “Construction of New Asymptotic Classes of Binary Sequences Based on Existing Asymptotic Classes”, July 21, 1999
- [Köh1998] Köhler, T., Schade, H.-P., „Bewertung raumakustischer Simulationen“, 43. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau, vom 21-24 September 1998, Bd. A I, A 2.1.8
- [Köh2000] Köhler, T., Schade, H.-P., „Approximation von Raumimpulsantworten durch nichtlineare Regression“, 21. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 2000
- [Köh2001] Köhler, T., Schade, H.-P., „Vergleich von Messdaten verschiedener Messsysteme und Abtastratenwandlung“, 46. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau, 2001
- [Köh2002] Köhler, T., Schade, H.-P., „Bestimmung einer IIR – Filterstruktur aus einer gemessenen Raumimpulsantwort“, 22. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 2002
- [Köh2003] Köhler, T., Schade, H.-P., „Zeitreihenuntersuchungen an gemessenen Raumimpulsantworten“, 48. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Ilmenau, 2003
- [Kra1960] Krauth, E., „Klanggetreue Nachbildung der Raumakustik durch Modelle“, Dissertation der TH München, 1960
- [Krä1995] Krämer, „Künstliche räumliche Verhallung auf der Grundlage eines physikalischen Simulationsmodells“, Dissertation, TU Berlin, Verlag Shaker, 1995
- [Kre1989] Kreß, Irmer, „Angewandte Systemtheorie“, VEB Verlag Technik Berlin, 1989
- [Kre2001] Krejci, P.-M., „Entwicklung eines mehrkanaligen Systems für eine virtuelle Raumakustik“, Diplomarbeit, Universität Graz, 2001
- [Kri1988] Kriz, Lisch, „Methoden-Lexikon“, Psychologie Verlags Union, München-Weinheim, 1988
- [Kuc1983] Kuchling, „Physik“, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1983
- [Kut1979] Kutruff, „Room Acoustics“, 2. Auflage, Applied Science Publishers Ltd., London, 1979
- [Kür1972] Kürer, „Untersuchungen zur Auswertung von Impulsmessungen in der Raumakustik“, Dissertation, TU Berlin, 1972
- [Lac1996] Lacroix, A., „Digitale Filter“, R. Oldenbourg Verlag München, 1996
- [Leh1992] Lehnardt, „Ein ComputermodeLL zur Erzeugung virtueller auditiver Umgebungen“, Dissertation, Ruhr – Universität Bochum, 1992
- [Lev1944] Levenberg, K. “A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares” Qty. Appl. Math., v.2, 164-168. ,1944
- [Mah2001] Mahieux Y. , „CARROUSO – System Specification and Functional Architecture“, interner Bericht des Projektes CARROUSO, proposal nr. 20993, 12. Juni 2001
- [Mar1963] Marquardt, D.W. "An algorithm for the estimation of non-linear parameters", SIAM J., v.11, 431-441., 1963
- [Mül1999] Müller, “Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher“, Dissertation, RWTH Aachen, 1999
- [Mül2001] Müller, Swen, Paulo Massarani, “Transfer – Function Measurement with Sweeps”, J. Audio Eng. Soc., Vol. 49, No. 6, June 2001
- [Opp1999] Oppenheim / Schafer, „Zeitdiskrete Signalverarbeitung“, 3. Auflage, Oldenburg Verlag München, 1999
- [Pan2000] Panagiotis D., Hatziantoniou, Mourjopoulos, John N., “Generalized Fractional-Octave Smoothing of Audio and Acoustic Responses”, J. Audio Eng. Soc., Vol. 48 No. 4, April 2000
- [Pau1987] Paul, Manfred, „Digitale Messwertverarbeitung“, VDE – Verlag Berlin – Offenbach, 1987

- [Pom1993] Pompetzki, Wulf, "Psychoakustische Verifikation von Computermodellen zur binauralen Raumsimulation", Dissertation, Universität Bochum, 1993
- [Rif1989] Rife, Vanderkooy, „Transfer-function measurement with maximum-length sequences“, J. Audio Eng. Soc., Vol. 37, pp 419-443, 1989
- [Rif2001] Rife, D.-D., "Maximum-Length Sequenze System Analyzer", Reference Manual, Version 10WI-4, DRA Laboratories, 1987-2001
- [Rei1981] Reichardt, W., Lehman, U., „Optimierung von Raumeindruck und Durchsichtigkeit von Musikdarbietung durch Auswertung des Impulsschalltests“, Acoustica 48, S. 174 ff, 1981
- [Rei2002] Reisinger, Markus, „Neue Konzepte der Tondarstellung bei Wiedergabe mittels Wellefeldsynthese“, Diplomarbeit, FH Düsseldorf, 2002
- [Roh2001] Rohmann, Matthias, „Umfassende Recherche über die derzeit möglichen und sich in Entwicklung befindlichen akustischen Simulationen“, Studienarbeit, TU Ilmenau, IMT, 2001
- [Roh2002] Rohmann, Matthias, „Implementierung eines Algorithmus zum Spiegelquellenverfahren für Räume variabler Geometrie“, Diplomarbeit, TU Ilmenau, 2002
- [Sac1984] Sachs, Lothar, „Angewandte Statistik“, Springer Verlag Berlin, 1984
- [Sac1996] Sachs, J., Thomä, R., "Verschiedene Untersuchungen zum Einsatz ausgewählter Testsignale in der akustischen Messtechnik", MEODAT GmbH Sonderdruck, 1996
- [Sau1999] Sauvagerd, Uli, „Mehrkanal-Audiosignalverarbeitung mit Digitalen Signalprozessoren“, Philipps Semiconductors, Hamburg, 1999
- [Sch1991] Schlittgen, R., „Zeitreihenanalyse“, R. Oldenbourg Verlag München, 1991
- [Sch1994] Schönle, Martin, „Wavelet-Analyse und parametrische Approximation von Raumimpulsantworten“, Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 1994
- [Seb1989] Seber, G.A.F. and Wild, C.J. "Nonlinear regression", John Wiley & Sons, 1989
- [Ser1980] Sergeant, D., Boyle, J.D., „Contextual Influences on Pitch Judgement“, J. Soc. for Res. In Psych. Of Music and Music Ed., vol. 8, pp. 3-15, Table 1 pp.7, 1980
- [Spo1998] Sporer, Thomas, "Qualitätsbeurteilung von Audiosignalen mittels gehörangeasster Messverfahren", Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1998
- [Sta1998] Statistica Release 5.1, 1984-1998, StatSoft, Inc., Tulsa
- [Sto2000] Stoll, G., „Qualitätsbeurteilung“, IRT-Symposium, München 2000
- [Str2000] Strauss, Holger, „Simulation instationärer Schallfelder für auditive virtuelle Umgebungen“, 2000, VDI VL Düsseldorf
- [Thi1998] THILO THIEDE [TU BERLIN], WILLIAM C. TREURNIET [CRC], ROLAND BITTO, THOMAS SPORER, KARLHEINZ BRANDENBURG [IIS-FHG], CHRISTIAN SCHMIDMER, MICHAEL KEYHL [OPTICOM], JOHN G. BEERENDS [KPN], CATHERINE COLOMES [CCETT], GERHARD STOLL [IRT], BERNHARD FEITEN [BERKOM], „PEAQ - der künftige ITU-Standard zur objektiven Messung der wahrgenommenen Audioqualität“, 20. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 1998
- [Vor1989] Vorländer, „Simulation of the transient and stady – state sound propagation in rooms using a new combined ray tracing/image source algorithm“, J. Acoust. Soc. Am. 86, S. 172-178, 1989
- [Vor1989] Vorländer, „Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit des raumakustischen Schallteilchenmodells“, Dissertation, RWTH Aachen, 1989
- [Vor1994] Vorländer, „Anwendungen der Maximalfolgenmeßtechnik in der Akustik“, DAGA, S. 83-102, 1994
- [Vri2000] Diemer de VRIES, Edo HULSEBOS, Emmanuelle BOURDILLAT, "Auralisation durch Schallfeldsynthese", Lab. of Acoustical Imaging and Sound Control, Delft University of Technology, The Netherlands], 21. Internationale Tonmeistertagung Hannover, 2000
- [Win1987] Wintermantel, Jörg, "Digitale Filter in redundanter Rückkopplungsstruktur", Dissertation, 1987
- [Wol1999] Wolfram, S., „The Mathematica Book“, Fourth Edition, Wolfram Media, 1988-1999
- [Zöl1996] Zölzer, U., „Digitale Audiosignalverarbeitung“, Teubner Verlag Stuttgart, 1996

Symbolverzeichnis

α	Absorptionskoeffizient, Irrtumswahrscheinlichkeit
α_n	Koeffizienten der Taylorreihe
α_L	Absorptionskoeffizient der Luft
α_{unv}	Unvermeidliche Wandabsorption
$\bar{\alpha}$	mittlerer Absorptionskoeffizient
Δ^2	normierte quadratische Fehlersumme
Δ_{MOD}	Modelldifferenz mit $\Delta_{MOD} = QS_{unkorr} - SAQ_{MOD}$
γ	Bündelungsgrad
$\Phi_{f,f}$	Definition der Autokorrelationsfunktion (AKF)
$\Phi_{a,a}$	Autokorrelationsfunktion (AKF)
$\Phi_{a,b}$	Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)
φ	Winkel
ϕ	Winkel
λ	Wellenlänge
λ_M	Wellenlänge des Modellschalls
$\delta_0(t), \delta(t)$	Diracstoß
δ	Dämpfungskonstante
ρ	Dichte
ρ_0	Ruhedichte (Luft 1,29 kg/m ³)
ρ_{\sim}	Wechseldichte
θ	Temperatur
τ	Zeit, Zeitkonstante
ν	Variationsweite, Silbenverständlichkeit, Freiheitsgrad
π	Pi, Naturkonstante
ξ	Verkleinerungsfaktor im Modell oder $N = 2^\xi$ mit $\xi \in \mathcal{N}$
ζ	Reflexionskoeffizient
X^2	Chi - Quadrat
μ	Parameter der Grundgesamtheit, Mittelwert der Stichprobe
ω	Kreisfrequenz mit $\omega = 2\pi f$
$\Omega_{a,a}$	normierte, periodische AKF einer MLS
Θ	Parametervektor
A	Absorptionsvermögen
A_K	Klassenanzahl
A_P	Anzahl der Parameter in der Modellgleichung
A_S	Schätzung der Annäherung
Al_{cons}	Konsonantenverständlichkeit
a	Abstand Quelle-Empfänger, Glättungskonstante, Parameter in der Modellgleichung, Signal a, Dämpfungskonstante
\vec{a}	Vektor a
$a\{-1,1\}$	Folge von -1 und 1
\mathbf{B}	Berlekamp-Matrix
BV	Bassverhältnis

B_{fu}	Bestimmtheitsmaß
$b\{0,1\}$	binäre Folge
b	Parameter in der Modellgleichung, Signal b
C	Parameter in der Modellgleichung
C_{50}	Deutlichkeitsmaß
C_{80}	Klarheitsmaß
$C_{50\,stat}$	statistisches Deutlichkeitsmaß
$C_{80\,stat}$	statistisches Klarheitsmaß
c	Schallgeschwindigkeit $\approx 343\,ms^{-1}$, Konstante, Parameter der Modellgleichung
c_k	Filterkoeffizienten
D	Differenz zwischen 2 Stichproben, Parameter in der Modellgleichung
\mathbf{D}	Diagonalmatrix
D_{50}	Deutlichkeitsgrad
D_M	Messdynamik
d	Klassenweite, Klassenbreite, Parameter in der Modellgleichung, Statistik
$d(x)$	Polynom, größter gemeinsamer Teiler
d_k	Filterkoeffizienten
df	kleine Änderung der Frequenz
dt	kleine Änderung der Zeit
E	Erwartungswert, Energie
\mathbf{E}	Einheitsmatrix
e	Stichprobenfehler, Residuum, Parameter in der Modellgleichung, Exponentialfunktion
e_{DA}	durchschnittliche Abweichung
e_n	Residuum an der Stelle n
\mathbf{F}	Fischersche Informationsmatrix
$F(p)$	Laplacetransformierte von $f(t)$
F_M	Merit-Faktor
f	relative Häufigkeit, Frequenz
$f(t)$	Zeitfunktion
$f_G(t)$	Funktion, die einen zeitlichen Abschnitt der IR aus einer aufsummierten Anzahl von Grundfunktionen approximiert
$f(x)$	Polynom
$f'(x)$	1. Ableitung von $f(x)$
f_a	Abtastfrequenz
f_A	Auswertefrequenz
f_m	relative Klassenhäufigkeit, Mittenfrequenz
$f_{mod,n}$	Wert der Modellfunktion an der Stelle n
f_o	obere Grenzfrequenz
f_u	untere Grenzfrequenz
f_{mod}	Funktionswerte der Modellfunktion
$f_{Original}$	Frequenz im Original
f_{Modell}	Frequenz im Modell
GF	Galois Feld

ggT	größter gemeinsamer Teiler
$g(t)$	Gewichtsfunktion
$g(x)$	Polynom
H_0	Nullhypothese
$\underline{H}(\omega), \underline{H}(f)$	komplexe Übertragungsfunktion
$H(j\omega)$	komplexe Übertragungsfunktion
$H(p)$	Lapacetransformierte von $f(t)$
$H(z)$	Übertragungsfunktion im z - Bereich
h	absolute Häufigkeit
h_e	erwartete Häufigkeit
h_b	beobachtete Häufigkeit
h_m	Klassenhäufigkeit
$h_{m_{theor}}$	theoretische Häufigkeit
$h_G(t)$	gesamte Impulsantwort aus $h_G(t) = h(t) + r(t)$
$h(t)$	Zeitfunktion, Impulsantwort
$h(n)$	diskrete Impulsantwort
$h(x)$	Polynom
I	Intensität
$I_N(f)$	Periodogramm
i	Index
J	Jacobimatrix
j	Index
K	Körper, Anzahl
$K(t)$	Übergangsfunktion an Unstetigkeitsstellen
k	Konstante $\in R$, Index, erwartete Häufigkeiten, Sweeprate
k_C	Verständlichkeitsfaktor
k_N	Lautstärkefaktor
k_F	Silbenverständlichkeitsfaktor
L	Schallpegel, periodische Länge, Pegel (allgemein)
$L_i(x)$	Interpolationsformel nach Lagrange
L_{\max}	maximale Periodenlänge
l	Länge
l_i	Teilintervall
l_M	Länge im Modell
l_O	Länge im Original
l_x	Länge in x - Richtung
l_y	Länge in y - Richtung
l_z	Länge in z - Richtung
Δl	Längendifferenz
M_n	n -tes Moment
M	Maßstab, Anzahl, Faktor
m	Ordnung, Index, Bin
N	Anzahl, Noise (Rauschen), Anzahl der Reflexionen
$N_{Totzeit}$	Anzahl der Abtastwerte in der Totzeit

N_R	Reflexionsanzahl
n	Index, Anzahl
n_L	Anzahl der Perioden der Länge L
p	Schalldruck, Transformationsvariable, Parameter der Nullhypothese, Wahrscheinlichkeit
$p(t)$	Zeitfunktion, Druck – Zeit - Funktion
p_0	Schallruhedruck $10^5 \frac{N}{m^2}$
p_{\sim}	Schallwechseldruck
$p_k(t)$	mit omnidirektionalem Mikrofon gemessene Druck-Zeit-Funktion (RIA)
$p_g(t)$	mit Richtmikrofon bei $\pm 40^\circ$ erfasste Druck-Zeit-Funktion (RIA)
P	Schalleistung, Permutation, Wahrscheinlichkeit
$P(x)$	Polynomfunktion
\overline{P}_N	mittlere Rauschleistung
QS	Quadratsumme
q^n	Anzahl der Elemente eines GF
q	Index
R	Multipl. Korrelationskoeffizient, Raumeindrucksmaß
R_s	Spannweite, Variationsweite
r	Radius, Korrelationskoeffizient, Maßkorrelationskoeffizient, Residuum
$r(t)$	Rauschen
r_H	Hallradius
r_{LH}	Abstand Hörer-Quelle
r_γ	effektiver Hallradius
s	Standardabweichung $s = \sqrt{s^2}$, Weg, Transformationsvariable
$s(x)$	Interpolationsspline
(s_x^2)	Varianz für die Reihe x
(s_y^2)	Varianz für die Reihe y
(s_{xy}^2)	Kovarianz
s^2	Varianz
s_F^2	geschätzte Fehlerstreuung
S	Fläche, Oberfläche des Raumes, Summe, Signal, Seitenschallgrad
S'	1. Ableitung der Summe S
S''	2. Ableitung der Summe S
$S_{a,a}$	Leistungsspektrum einer MLS
S_{CN}	Crest - Faktor
S_{RE}	Subjektiver Räumlichkeitseindruck
SAQ	Summe der Abstandquadrate
t	Zeit, Prüfgröße
t_a	Abtastzeit
Δt	Zeitdifferenz, Taktzeit
t_D	Zeitspanne für Direktschall
t_{ER}	Zeitspanne für erste Reflexionen
t_{NH}	Zeitspanne für den Nachhall

t_R	Zeit, bei der erste Reflexionen eintreffen
t_{stat_N}	Einsatzzeit des Nachhalls
t_{max}	maximale Zeit (Abbruchkriterium bei Simulationsverfahren)
t_{-5dB}	Zeit, bei der der Pegel um 5 dB gefallen ist
t_{-25dB}	Zeit, bei der der Pegel um 25 dB gefallen ist
t_{-35dB}	Zeit, bei der der Pegel um 35 dB gefallen ist
T	Periodendauer, Testgröße
T_L	Periodendauer der MLS der Länge L
T_N	Nachhallzeit
u	Spannung
u_n	Wert der Spannung an der Stelle n (in der Zeitreihe)
u_{max}	maximaler Spannungswert
u_{min}	minimaler Spannungswert
\bar{u}_G	geometrisches Mittel der Spannungswerte
\bar{u}_H	harmonisches Mittel der Spannungswerte
\bar{u}	arithmetisches Mittel der Spannungswerte
u_{MA}	gleitender Durchschnitt der Zeitreihe
u_0	beliebiger Wert aus der Zeitreihe der gemessenen Spannungswerte
\bar{u}_{RMS}	Wurzel aus dem arithmetischem Mittel (RMS $\hat{=}$ Root Mean Square) der Spannungswerte
v	Schnelle
V	Variabilitätskoeffizient, Volumen
V, V^c	Vektorraum, Volumen
x, y, z	Raumkoordinaten $\in R$, Variablen
\bar{x}	arithmetischer Mittelwert
x	Wert auf der x-Achse (Abszisse), Variable, Eingangswert digitales Filter
x_M	Klassenmitte
x_{M_m}	x_M einer Stichprobe
$\underline{X}(f)$	komplexes Eingangssignal in der Frequenzebene; Fouriertransformierte von $x(t)$
$x(t)$	Eingangszeitfunktionen; Eingangssignal in das System
$x(n)$	diskretes Eingangssignal
$\underline{X}(m)$	Fouriertransformierte von $x(n)$
$X(p)$	Laplace - Transformierte von $x(t)$
$X(z)$	z-Transformierte
$y(t)$	Ausgangszeitfunktion
$y(n)$	Ausgangswert digitales Filter, diskreter Funktionswert, Wert der Zeitreihe
$\underline{Y}(f)$	komplexes Ausgangssignal in der Frequenzebene
y_t	geglätteter Wert der Zeitreihe
y_{t+1}	geglätteter Wert der Zeitreihe an der Stelle $t + 1$ (also der darauffolgende Zeitpunkt)
$y_{org_{t+1}}$	folgender, nicht geglätteter Wert der Zeitreihe
$\pm y_1$	Grenz- bzw. Schrankenwert auf der y-Achse
z	Transformation

Anhang A

Zur Dissertationsschrift

Anwendung nichtlinearer Regressionsverfahren zur Approximation von Raumimpulsantworten

In diesem Anhang sind Herleitungen, praktische Hinweise und weitere Berechnungen für spezielle Kapitel zusammengestellt.

Inhalt Anhang A

A 1	Beschreibung und Bewertung in der Raumakustik	VI
A 1.1	Kennzahlen zum Raumverhalten - Nachhallzeit Sprecherraum	VI
A 2	Messung und Simulation in der Raumakustik	VII
A 2.1	Akustische Messverfahren	VII
A 2.2	Simulationen in der Raumakustik	IX
A 3	Messung von Raumimpulsantworten	XI
A 3.1	Erzeugung und Eigenschaften einer Maximalfolge	XI
A 3.1.1	Berlekamp-Algorithmus	XII
A 3.1.2	Berechnung der AKF	XX
A 3.1.3	Eigenschaften von Maximalfolgen	XXI
A 3.2	Messung	XXVIII
A 3.3	Messergebnisse	XXVIII
A 3.4	Anmerkungen zur Messung	XXIX
A 3.4.1	Bestimmung der mittleren Rauschleistung	XXIX
A 3.4.2	Abgeleitete Darstellung aus der Raumimpulsantwort	XXX
A 3.5	Problembeschreibung	XXX
A 3.6	Zeitreihenuntersuchungen an gemessenen Raumimpulsantworten	XXX
A 4	Approximationen für Raumimpulsantworten	XXXIII
A 4.1	Modellgleichungen und Voruntersuchungen	XXXIII
A 4.2	Untersuchung der Approximation an das Original	XXXV
A 4.3	Modellgleichung zum Verfahren 1	XXXVI
A 4.4	Modellgleichung zum Verfahren 2	XXXVII
A 4.5	Modellgleichung zum Verfahren 3	XXXVII
A 5	Digitales Filter zur Approximation	XXXVIII
A 5.1	Eigenschaften digitaler Filter	XXXVIII
A 6	Hörtest	XXXIX
A 6.1	Hörtest in Anlehnung an ITU-R BS 1116 und Test zu einer Wahrscheinlichkeit	XXXIX
A 6.2	Auswertung Hörtest mit dem Test zu einer Wahrscheinlichkeit	XL

Abbildungsverzeichnis

Abbildung A- 2-1 Zeitdiskretes periodisches Signal	VII
Abbildung A- 2-2 Vorgabe eine zeitdiskreten Signals	VIII
Abbildung A- 2-3 Betragsspektrum	IX
Abbildung A- 2-4 Beispiel für die Darstellung von Spiegelschallquellen 1. Ordnung und für S4 2. Ordnung	X
Abbildung A- 2-5 Schallstrahlen zwischen Sender und Empfänger	X
Abbildung A- 3-1 MLS für $2T_L$ für $b\{0,1\}$ (periodische MLS)	XXIV
Abbildung A- 3-2 AKF für Generator 1	XXIV
Abbildung A- 3-3 DFT einer AKF	XXVI
Abbildung A- 4-1 Zerlegung in einzelne Funktionen (sin oder cos)	XXXVI
Abbildung A- 6-1 Histogramm für Musikstück 20	XL

Tabellenverzeichnis

<i>Tabelle A 3-1 Ausgabe am Schieberegister</i>	<i>XX</i>
<i>Tabelle A 3-2 Indexverschiebung</i>	<i>XXI</i>
<i>Tabelle A 3-3 Bestimmung der Zerlegungspolynome</i>	<i>XXII</i>
<i>Tabelle A 3-4 Zustandstabelle für Generator 1 und 2</i>	<i>XXIII</i>
<i>Tabelle A 3-5 Zustandsfolge für Generator 3</i>	<i>XXV</i>
<i>Tabelle A 6-1 Hörtestfragebogen</i>	<i>XXXIX</i>
<i>Tabelle A 6-2 Hörtestteilnehmer</i>	<i>XLI</i>

A 1 Beschreibung und Bewertung in der Raumakustik

A 1.1 Kennzahlen zum Raumverhalten - Nachhallzeit Sprecherraum

Bei der Betrachtung eines Wellenpaketes mit der Anfangsenergie E_0 , geht man davon aus, dass das Wellenpaket nach einer ersten Reflexion nur noch die Energie $E_0(1-\bar{\alpha})$ besitzt. Bei n Reflexionen (n entspricht der mittleren Stoßzahl $n = \frac{Sc}{4V}$) ist die verbleibende Energie nach der Zeit t

$$E(t) = E(0)e^{\frac{cS}{4V}t \ln(1-\bar{\alpha})}$$

Es ist ersichtlich, dass die Gesamtenergie exponentiell abfällt. Nun ist die Nachhallzeit so definiert, dass sie die Zeit ist, in der die Energie auf den millionsten Teil abfällt, d.h. das Verhältnis ist

$$\frac{E(T_N)}{E(0)} = 10^{-6} = e^{\frac{cS}{4V}T_N \ln(1-\bar{\alpha})}$$

$$T_N = \frac{\ln(10^{-6})4V}{cS \ln(1-\bar{\alpha})} = \frac{24V \ln(10)}{cS \ln(1-\bar{\alpha})} = 0,163 \frac{V}{S \ln(1-\bar{\alpha})}$$

Für kleine Absorptionsgrade ($\bar{\alpha}$) kann $-\ln(1-\bar{\alpha}) \approx \bar{\alpha}$ gesetzt werden.

Damit erhält man die Formel mit $T_N = 0,163 \frac{V}{S\bar{\alpha}}$.

Entsprechend kann die Nachhallzeit bestimmt werden, wenn ein mittlerer $\bar{\alpha} \approx 0,4$ und die Raumabmessungen $l = 8,38m; b = 4,36m; h = 2,6m$ gegeben sind.

Dann beträgt die Nachhallzeit $T_N = 0,163m^{-1}s \frac{(8,38 * 4,36 * 2,6)m^3}{(139,3216)m^2 * 0,4} = 0,2779s$.

Mit der nicht vereinfachten Formel ist $T_N = 0,163[sm^{-1}] \frac{95m^3}{-139,3216m^2 \ln(1-0,4)} = 0,2176s$.

A 2 Messung und Simulation in der Raumakustik

A 2.1 Akustische Messverfahren

Hier ein Beispiel für die Berechnung der DFT:

Die DFT findet Anwendung bei digitalen Systemen (bei Vorlage zeitdiskreter periodischer (Abb. A - 2-1) oder aperiodischer Funktionswerte), so, wie die Fouriertransformation bei analogen Systemen. Mit Hilfe der DFT wird im Frequenzbereich eine Funktion erzeugt, die den Frequenzinhalt der Abtastfolge wiedergibt.

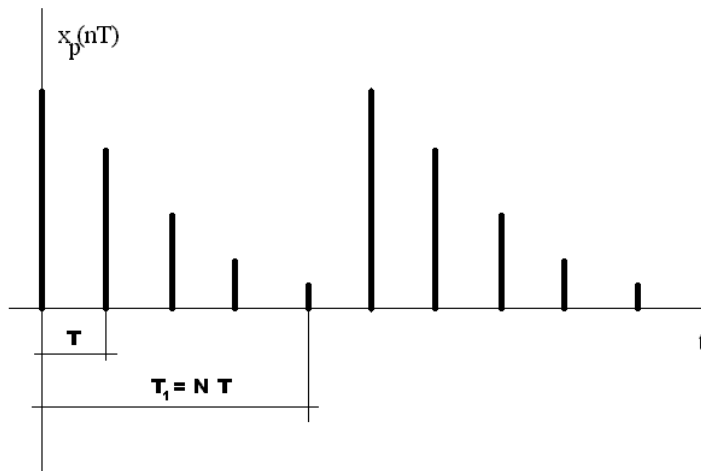


Abbildung A- 2-1 Zeitdiskretes periodisches Signal

$$\circ x_{pa}(t) = x_p(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$$

↓

$$\bullet T \underline{X}_{ka} = \frac{T}{T_1} \int_{-T/2}^{T/2+T_1} x_p(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) e^{-j2\pi k f_1 t} dt$$

$$T \underline{X}_{ka} = \frac{T}{T_1} \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi k f_1 nT}$$

$$\text{mit der Nebenbedingung: } f_1 = \frac{1}{T_1}; T_1 = NT$$

$$T \underline{X}_{ka} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi k n / N}$$

$$NT \underline{X}_{ka} = \underline{X} \left(\frac{k}{NT} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi k n / N}$$

$$\text{mit } \frac{k}{NT} = k f_1 \text{ (Auswertefrequenzen)}$$

Mathematisch ist folgendes zu beachten:

Bei der Aufsummierung tritt die Eulersche Form der komplexen Zahlen auf. Um diese aber sinnvoll addieren zu können, muss diese Form in die allgemeine Form der komplexen Zahlen überführt werden. In der allgemeinen Form können dann Realteil und Imaginärteil getrennt zusammengefasst werden, um dann einen komplexen Zahlenwert für die entsprechende Auswertefrequenz zu erhalten. Nachfolgend sind die definierten Überführungsmöglichkeiten dargestellt.

Allgemeine Form der komplexen Zahl

$$z = x + jy \quad \text{mit} \quad |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = r$$

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x}$$

$$z = x + jy = r \cos \varphi + jr \sin \varphi = r (\cos \varphi + j \sin \varphi) = r e^{j\varphi}$$

$$\text{entsprechend ist } r e^{-j\varphi} = r \cos \varphi - jr \sin \varphi$$

$$x = r \cos \varphi$$

$$y = r \sin \varphi$$

Beispielrechnung zur DFT (dieses Beispiel ähnelt der unipolaren Raumimpulsantwort; Abb. A- 2-2):

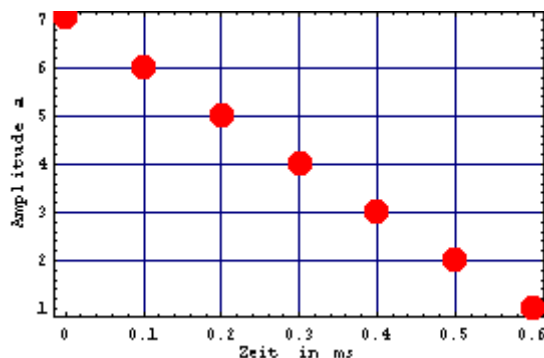


Abbildung A- 2-2 Vorgabe eine zeitdiskreten Signals

Es gibt 7 Abtastwerte in der Abbildung A – 2-2, und das Abtastintervall ist 0,1 ms groß. Daraus ergeben sich folgende Werte für die DFT:

$$N = 7; \quad T = 0.1 \text{ ms}; \quad T_1 = NT = 0.7 \text{ ms}$$

$$f_a = \frac{N}{T_1} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.1 \text{ ms}} = 10 \text{ kHz}$$

$$f_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{0.7 \text{ ms}} = 1.428 \text{ kHz}$$

$$2f_1 = 2.857 \text{ kHz}; \quad 3f_1 = 4.285 \text{ kHz}; \quad 4f_1 = 5.714 \text{ kHz}; \quad 5f_1 = 7.142 \text{ kHz}; \quad 6f_1 = 8.571 \text{ kHz}$$

Nach der Berechnung der Auswertefrequenzen erfolgt die Berechnung des Betragsspektrums:

$$\langle k=0 \rangle \quad \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi \cdot 0 \cdot n/N} = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$$

$$\langle k=1 \rangle \quad \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-j2\pi \cdot 1 \cdot n/N} = 7 + 6e^{-j2/7\pi} + 5e^{-j4/7\pi} + 4e^{-j6/7\pi} + 3e^{-j8/7\pi} + 2e^{-j10/7\pi} + 1e^{-j12/7\pi}$$

$$= 8.07e^{-j64.5^\circ}$$

.....

Diese Berechnung wird bis $k = N-1 = 6$ fortgeführt. Bei der Zusammenfassung der komplexen Zahlen ist die Eulersche Form in die allgemeine Form zu überführen, zusammenzufassen, um anschließend die Eulersche Form wiederherzustellen. Als Ergebnis erhält man Abbildung A – 2-3.

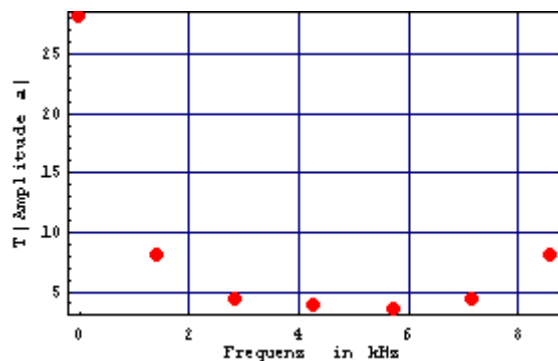


Abbildung A- 2-3 Betragsspektrum

Bei der DFT ist auch auf eine ausreichende Anzahl der Abtastwerte zu achten, da man sonst nicht das vollständige Spektrum erhält. Um das Ganze zu vereinfachen wird das Mathematikprogramm Mathematica verwendet. Bei der Darstellung des Spektrums tritt die Frequenz 0 Hz nicht auf, da die im Mathematikprogramm verwendete Summenformel nicht bei $n = 0$ beginnt, sondern bei $n = 1$ und darauf folgend natürlich bis N läuft und nicht bis $N-1$. Damit erscheint das Betragsspektrum lediglich verschoben.

A 2.2 Simulationen in der Raumakustik

Das Prinzip des Spiegelschallquellenverfahrens sei hier kurz vorgestellt. Bei diesem Verfahren gibt es verschiedene Abbruchkriterien (Zeit, Ordnung der Spiegelschallquellen, Anzahl der Reflexionen). Das ist in der nachfolgenden Abbildung A – 2-4 angedeutet.

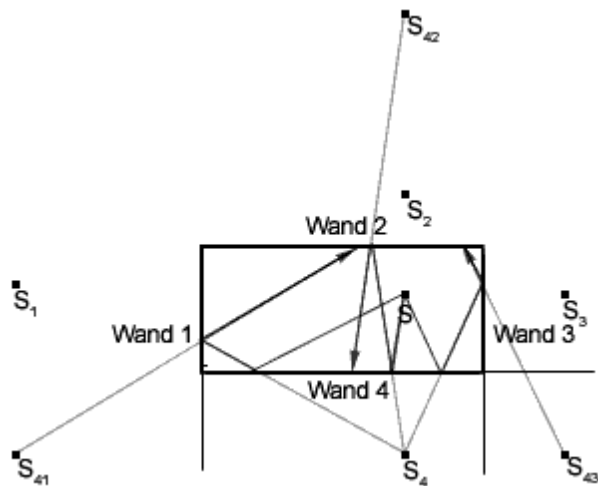


Abbildung A- 2-4 Beispiel für die Darstellung von Spiegelschallquellen 1. Ordnung und für S4 2. Ordnung

Die Gesamtzahl n_k der Spiegelquellen bis einschließlich zur k-ten Ordnung kann abgeschätzt werden, wenn der Raum von N Wänden umschlossen ist (Abb. A – 2-4):

$$n_k \approx N \frac{(N-1)^k}{N-2}$$

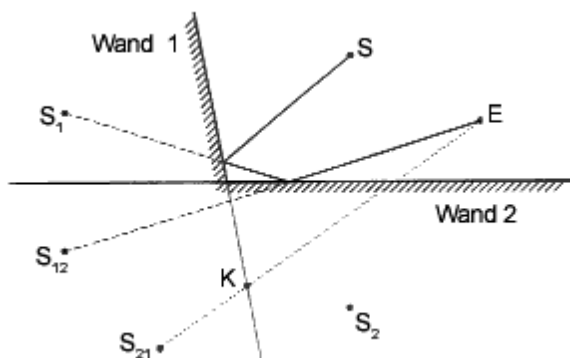


Abbildung A- 2-5 Schallstrahlen zwischen Sender und Empfänger

Eine Rückkonstruktion von Schallstrahlen vom Empfänger E zur Originalquelle S ist oben abgebildet (Abb. A – 2-5). Die Spiegelschallquelle S_{12} ist hörbar, S_{21} dagegen nicht, denn der Schnittpunkt K der Geraden ES_{21} (gepunktet) mit der Ebene 1 liegt nicht innerhalb der Wandbegrenzung. Eine schöne Animation ist zu finden unter:

<http://www.ptb.de/de/org/1/14/1401/spiegelschallquellen.htm>

A 3 Messung von Raumimpulsantworten

A 3.1 Erzeugung und Eigenschaften einer Maximalfolge

Ein Polynom $f(x)$ vom Grad n wird primitiv genannt, wenn $(x^L - 1)$ durch $f(x)$ ohne Rest teilbar ist, unter der Bedingung $L = L_{\max} = q^n - 1$, für GF_q und nicht $L < q^n - 1$. Dabei ist zu beachten, dass wenn das charakteristische Polynom reduzibel ist, kann keine MLS erzeugt werden. Es werden normierte Polynome $f(x) \in GF_q[x]$ betrachtet. Normierte Polynome haben als größten Koeffizienten die 1. Um die einfachen irreduziblen Faktoren zu bestimmen, bestimmt man mit dem euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler zu $d(x) = \text{ggT}(f(x), f'(x))$ des Polynoms $f(x)$ und seiner Ableitung. Ist $d = 1$, dann hat $f(x)$ keine mehrfachen irreduziblen Faktoren. Ist $d(x) = f(x)$, dann ist $f'(x) = 0$ und $f(x) = [g(x)]^p$ für ein Polynom $g(x) \in GF_2[x]$. p ist die Charakteristik des Körpers $GF_2[x]$. Es wird weiter bestimmt $f(x) = [h(x)]^{p^s}$ mit $h'(x) \neq 0$. Ist $d(x) \neq 1$ und $d(x) \neq f(x)$, dann liefert der Quotient $f(x)/d(x)$ keine mehrfachen irreduziblen Faktoren mehr. Damit erhält man die Zerlegung von $f(x)$. Um eine Zerlegung von $f(x)$ in irreduzible Polynome zu erhalten, verwendet man zunächst den chinesischen Restsatz für Polynome. Wenn K ein Körper ist, dann sind $g_1(x), g_2(x), g_3(x), \dots, g_k(x)$ beliebige Polynome und $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_k(x)$ von Null verschiedene paarweise teilerfremde Polynome aus $K[x]$. Dann gibt es eine Lösung $h(x) \in K[x]$ modulo $f(x) = f_1(x)f_2(x)f_3(x)\dots f_k(x)$ der simultanen Kongruenzen $h(x) \equiv g_1(x) \pmod{f_1(x)}, h(x) \equiv g_2(x) \pmod{f_2(x)}, \dots$. Hat $f(x)$ keine mehrfachen Faktoren, dann gibt es nach dem chinesischen Restsatz für beliebige Elemente c des Körpers $GF_2[x]$ genau ein Polynom $h(x) \in GF_2[x]$ mit $h(x) \equiv c_i \pmod{f_i(x)}$, $1 \leq i \leq k$ mit $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$. Dieses Polynom genügt der Bedingung $h(x)^q \equiv c_i^q \equiv c_i \equiv h(x) \pmod{f_i(x)}$, $i = 1, 2, \dots, k$. Weiterhin folgt daraus $h(x)^q - h(x) = \prod_{c \in GF_q} (h(x) - c)$. Um die Lösungen der Kongruenz $h(x)^q \equiv h(x) \pmod{f_i(x)}$ und $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$ zu finden, wird ein lineares Gleichungssystem erstellt. Wenn der Grad $\text{gr}(f) = n$, $x^{iq} \equiv \sum_{j=0}^{n-1} b_{ij} x^j \pmod{f(x)}$, dann wird die $n \times n$ Matrix gebildet mit $\mathbf{B} = (b_{ij})$, $0 \leq i, j \leq n-1$. Das Polynom $h(x) \in GF_2[x]$ ist genau dann eine Lösung der Kongruenz, wenn $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ eine Lösung des in Vektorform geschriebenen Gleichungssystems $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})\mathbf{B} = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ ist. Es folgt daraus, dass die Gleichung dann erfüllt ist, wenn $h(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_j x^j = \sum_{j=0}^{n-1} a_j b_{ij} x^j \equiv \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^{iq} \equiv h(x)^q \pmod{f(x)}$ erfüllt ist. Eine äquivalente Form des linearen Gleichungssystems ist $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})(\mathbf{B} - \mathbf{E}) = (0, 0, \dots, 0)$, dabei ist \mathbf{E} die Einheitsmatrix und \mathbf{B} die Berlekamp-Matrix. Der Rang der Matrix ist $n - k$. Wenn $k = 1$ ist, dann ist $f(x)$ irreduzibel über $GF_2[x]$. Es gibt nur diese eine Lösung. Ist $k > 1$, so wird ein Zerlegungspolynom $h_2(x)$ für $f(x)$ verwendet und bestimmt den $d(x) = \text{ggT}(f(x), h_2(x) - c)$ für alle $c \in GF_q$.

Damit wird das Polynom in nichttriviale Lösungen zerlegt. Ergibt das Polynom $h_2(x)$ für $f(x)$ noch keine k Faktoren, so wird das nächste Zerlegungspolynom $h_3(x)$ für $f(x)$ verwendet und bildet $d(x) = \text{ggT}(f(x), h_3(x) - c)$ für alle $c \in GF_q$. Die so gefundenen nichttrivialen Teiler von $f(x)$ bilden, wenn k erreicht ist, die irreduziblen Faktoren von $f(x)$.

A 3.1.1 Berlekamp-Algorithmus

Es ist zu aufwendig, alle irreduziblen Polynome z.B. vom Grad 3 oder höher, aus $F_2[x] \Leftrightarrow GF(2)$ bzw. $GF_2[x]$ durch gegenseitiges Ausmultiplizieren zu bestimmen, bis man diejenigen erhält, die durch die Polynome kleineren Grades nicht erzeugt werden können. Das sind die irreduziblen Polynome.

Polynome derart $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ mit $a_i \in F_2[x]$ bilden einen Ring, d.h.

- 1 $f(x)+g(x)$ Addition und Subtraktion sind möglich
- 2 $f(x)*g(x)$ Multiplikation (distributiv ausmultiplizieren)

$$(x+1)(x^2+1) = x^3 + x + x^2 + 1$$

Irreduzibel bedeutet, dass ein Polynom $y(x)$ nicht in ein Produkt von Polynomen kleineren Grades zerlegbar ist über $F_2[x]$.

SATZ: Der Polynomring $F_2[x]$ ist ein Ring mit eindeutiger Primfaktorzerlegung, d.h. jedes Polynom $f(x) \in F_2[x]$ kann zerlegt werden in ein Produkt von irreduziblen Faktoren. Die Zerlegung ist eindeutig, bis auf die Reihenfolge.

Beispiel: Bestimmung von irreduziblen Polynomen durch Ausmultiplizieren:

Bilden aller Polynome 3. Grades:

$$x^3 + x^2 + x + 1$$

$$x^3 + x^2 + 1$$

$$x^3 + x^2 + x$$

$$x^3 + x^2$$

$$x^3 + x + 1$$

$$x^3 + 1$$

$$x^3$$

Bilden der Polynome kleineren Grades (1 und 2):

$$\begin{array}{ll} x^2 + x + 1 & x + 1 \\ x^2 + 1 & x \\ x^2 + x & \\ x^2 & \end{array}$$

Im Folgenden werden alle Polynome 1. und 2. Grades gegeneinander ausmultipliziert. Am Ende werden genau 2 Polynome 3. Grades übrigbleiben, die durch Multiplikation der Polynome 1. und 2. Grades nicht gebildet werden können. Diese beiden Polynome 3. Grades sind irreduzibel.

Es ist ersichtlich, daß dieses Verfahren bei Polynomen höheren Grades schnell zu großem Aufwand führt bzw. unübersichtlich wird.

Andeutung für x:

$$\begin{aligned} x(x^2 + x + 1) &= x^3 + x^2 + x \\ x(x^2 + x) &= x^3 + x^2 \\ x(x^2 + 1) &= x^3 + x \\ x(x^2) &= x^3 \end{aligned}$$

Die sich durch Multiplikation der Polynome 1. und 2. Grades ergebenden Polynome 3. Grades werden mit den vorgegeben Polynomen 3. Grades verglichen. Dabei fallen die übereinstimmenden Polynome heraus. Dieser Weg wird fortgeführt, bis eventuell Polynome 3. Grades übrig bleiben, die nicht durch die Multiplikation der Polynome 1. und 2. Grades entstanden sind. Diese sind dann die irreduziblen Polynome.

Wendet man diese Art der Bestimmung von irreduziblen Polynomen weiter an, so stellt man fest, dass diese Art sehr aufwendig ist, wie zum Beispiel für $f(x) = x^7 + 1$. Dafür erhält man 6 Äquivalenzklassen, die die Polynome kleineren Grades enthalten. Es sind folglich alle Polynome 6. Grades, 5. Grades, 4, 3, 2, - und 1. Grades zu notieren. Diese sind wie im vorherigen Beispiel miteinander zu multiplizieren, um die Polynome 7. Grades zu erhalten. Man beachte dabei die Voraussetzung $F_2[x]$. Um den Aufwand zu verdeutlichen, wird die Anzahl der Multiplikationen bestimmt.

$$[1][6]$$

$$2^1, 2^6 = 64 \Rightarrow \text{Anz.d.Multipl.} = 2 * 64 = 128$$

$$[2][5]$$

$$2^2, 2^5 = 32 \Rightarrow \text{Anz.d.Multipl.} = 4 * 32 = 128$$

$$[3][4]$$

$$2^3, 2^4 = 16 \Rightarrow \text{Anz.d.Multipl.} = 8 * 16 = 128$$

$$\Sigma = 3 * 128 = 384$$

384 Produkte wären zu bestimmen, um die irreduziblen Faktoren für $f(x) = x^7 + 1$ zu erhalten.

Aus diesem Grund muß es eine andere Möglichkeit geben. Es gilt, dass $f(x) \in F_2[x]$ sich in irreduzible Faktoren zerlegen lässt und zwar derart, dass $f(x) = f_1(x)^{\alpha_1} f_2(x)^{\alpha_2} \dots f_r(x)^{\alpha_r}$ mit $f_i(x)$ irreduzibel über F_2 . Berlekamp verlangt $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r = 1$. Das bedeutet, dass jeder Faktor nur einmal vorkommen darf. Das wird erreicht durch:

$f(x)$ hat eine αk -fache Nullstelle, dann hat $f'(x)$ diese Nullstelle $\alpha(k-1)$ -fach und umgekehrt.

$$f(x) = (x - \alpha)^k g(x)$$

$$f'(x) = k(x - \alpha)^{k-1} g(x) + (x - \alpha)^k g'(x) = (x - \alpha)^{k-1} [kg(x) + (x - \alpha)g'(x)]$$

$$\text{mit } \frac{f(x)}{\text{ggT}(f(x), f'(x))}$$

Beispiel:

$$f(x) = (x^2 + x)(x + 1)^2 \in F_2$$

$$= (x^2 + x)(x^2 + 1)$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + x$$

$$f'(x) = x^2 + 1 \in F_2$$

$$d(x) = \text{ggT}(f(x), f'(x)) = x^2 + 1$$

$$(x^4 + x^3 + x^2 + x) : (x^2 + 1) = x^2 + x$$

$$x^4 + x^2$$

$$-----$$

$$x^3 + x$$

$$x^3 + x$$

Der letzte Rest wäre dann $x^2 + x$, der ggT (größter gemeinsamer Teiler). Nun wird die Nullstelle bestimmt.

$$\frac{f(x)}{d(x)} = x^2 + x = x(x + 1) \Rightarrow \text{hat einfache NST mit } x_{N1} = 0, x_{N2} = 1$$

Weiter müssen alle $f_i(x)$ paarweise teilerfremd sein $f(x) = f_1(x)^{\alpha_1} f_2(x)^{\alpha_2} \dots f_r(x)^{\alpha_r}$.

Wenn $f(x) \in F_q[x]$ ein normiertes Polynom vom Grad $n \geq 1$ und $h(x) \in F_q[x]$ ein Polynom mit $h^q(x) \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ ist, dann gilt $f(x) = \prod \text{ggT}(f(x), h(x) - c); c \in F_q$. Jeder Faktor der rechten Seite ist ein Teiler von $f(x)$. Da die Polynome $h(x) - c$ mit $c \in F_q[x]$ paarweise teilerfremd sind, so sind auch die ggT mit $f(x)$ paarweise teilerfremd. Deswegen ist der rechte Teil der Gleichung ein Teiler von $f(x)$. $f(x)$ ist dann ein Teiler der Differenz $h(x)^q - h(x) = \prod (h(x) - c)$. Dabei werden jedoch auch Faktoren entstehen, die nicht immer

irreduzibel sind. Ist $h(x) \equiv c \pmod{f(x)}$ mit $c \in F_q[x]$, erhält man die triviale Zerlegung von $f(x)$, die nichts nützt.

$h(x)$ muß so gewählt werden, dass $f(x)$ nicht trivial zerfällt. Dann ist $h(x)$ ein Zerlegungspolynom für $f(x)$. Jedes Polynom mit $h(x)^q \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ und $0 < \text{gr}(h) < \text{gr}(f)$ ist ein Zerlegungspolynom.

Betrachtet wird $f(x) \in F_2[x]$, $q = 2$. Gibt es ein Polynom $h(x) \in F_2[x]$ mit $h(x)^2 \equiv h(x) \pmod{f(x)}$, dann ist $f(x) = \text{ggT}(f(x), h(x)) \cdot f(x) = \text{ggT}(f(x), h(x)+1)$ mit der NB: $c \in \{0,1\}$, weil $c \in F_2[x]$. Wenn also $h(x) = x^2 + x \rightarrow h(x)^2 = x^4 + x^2$ und gilt $h(x)^2 \equiv h(x) \pmod{f(x)}$, dann muss auch $f(x) = \text{ggT}(f(x), h(x)) \cdot f(x) = \text{ggT}(f(x), h(x)+1)$ gelten.

Beispiel:

$$f(x) = x^3 + 1 \quad \text{und gewählt ist } h(x) = x^2 + x \quad \text{und } h(x)^2 = x^4 + x^2$$

muss $h(x)^2 \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ gelten.

$$(x^4 + x^2) : (x^3 + 1) = x$$

$$x^4 + x \rightarrow \text{Rest } x^2 + x \quad (\text{es gilt}) \quad \text{und}$$

$$\text{ggT}(f(x), h(x)+0) = x+1$$

$$(x^3 + 1) : (x^2 + x) = x+1 \rightarrow \text{Rest } x+1 \quad \text{und}$$

$$\text{ggT}(f(x), h(x)+1) = x^2 + x + 1$$

$$\text{Ergebnis: } f(x) = (x+1)(x^2 + x + 1)$$

Da die Faktoren nicht immer irreduzibel sind, muss dieser Algorithmus so lange fortgesetzt werden für das entsprechende reduzible Polynom. Dabei muss aber auch immer ein entsprechendes $h(x)$ gefunden werden, was die Anwendung dieses Algorithmusses sehr aufwendig macht.

Ein erster Versuch, ein entsprechendes $h(x)$ zu finden ist die Anwendung des chinesischen Restsatzes.

K: Körper (endlich, kommutativ) wird auch Galoisfeld genannt und als $F_q[x]$ oder $GF(q)$ geschrieben. Es hat genau q -Elemente. Die Menge der Elemente ist endlich. Man kann add., sub., multipl. und div., außer durch das Nullelement, ohne aus dem Körper heraus zu kommen. Es gilt im endlichen Körper $F_q[x]$ oder $GF(q)$

$q = p^r$ mit p Primzahl und heißt Charakteristik und r Grad des Körpers F_p , der in F_q enthaltene Primkörper. Der kleinste mögliche Körper ist $GF(2)$. Für den Primkörper F_p erhält man die mod p – Arithmetik.

Chinesischer Restsatz für Polynome:

K ist ein Körper, $g_1(x), g_2(x), \dots, g_k(x)$ beliebige Polynome und $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ von Null verschiedene Polynome, paarweise teilerfremd aus $K[x]$. Es gibt dann genau eine Lösung

$$\begin{aligned}
h(x) &\in F_q[x] \pmod{f(x)} \quad \text{mit } f(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_k(x) \quad \text{der simultanen Kongruenzen} \\
h(x) &\equiv g_1(x) \pmod{f_1(x)} \\
h(x) &\equiv g_2(x) \pmod{f_2(x)} \dots \dots \dots \\
h(x) &\equiv g_k(x) \pmod{f_k(x)}
\end{aligned}$$

Wenn $f(x)$ keine mehrfachen Faktoren hat, dann ist $f(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_k(x)$ verschiedener normierter irreduzibler Polynome über F_q . Nach dem chinesischen Restsatz gibt es dann für beliebig gewählte Elemente c des Körpers F_q genau ein Polynom $h(x) \in F_q[x]$ mit $h(x) \equiv c_i \pmod{f_i(x)}$, $1 \leq i \leq k$, mit $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$. Dieses Polynom genügt der Bedingung $h(x)^q \equiv c_i^q \equiv c_i \equiv h(x) \pmod{f_i(x)}$; $i = 1, 2, \dots, k$. Damit ist $h(x)^q \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ mit $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$. Ist das Polynom $h(x)$ eine Lösung der Kongruenz $h(x)^q \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ mit $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$, so folgt aus der Gleichung $h(x)^q - h(x) = \prod (h(x) - c)$ mit $c \in F_q$ wegen der paarweisen Teilerfremdheit der Faktoren der rechten Seite, dass jeder irreduzible Teiler des Polynoms $f(x)$ genau einen der Faktoren $h(x) - c$ teilt. Damit genügt jede Lösung der Kongruenz $h(x)^q \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ mit $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$, den simultanen Kongruenzen $h(x)^q \equiv c_i^q \equiv c_i \equiv h(x) \pmod{f_i(x)}$; $i = 1, 2, \dots, k$ für irgend ein Element c_1, c_2, \dots, c_k des Körpers F_q . Damit hat die Kongruenz insgesamt q^k Lösungen. Für die

$$\begin{aligned}
&h(x) \equiv c_1 \pmod{f_1(x)} \\
\text{simultanen Kongruenzen } &h(x) \equiv c_2 \pmod{f_2(x)} \dots \dots \dots \text{ gibt es eine Lösung mod } f(x) \text{ mit} \\
&h(x) \equiv c_k \pmod{f_k(x)} \\
&f(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_k(x).
\end{aligned}$$

In $\text{GF}(q)$ wird $a(x)X(x) \equiv b(x) \pmod{f(x)}$ lösbar $\leftrightarrow \text{ggT}(a, f) \mid b(x)$. In diesem Fall ist dann $1 * h(x) \equiv c_i \pmod{f_i(x)}$ eindeutig lösbar. Speziell für $\text{GF}(2)$ $h(x) \equiv 0 \pmod{f_1(x)}$; $h(x) \equiv 1 \pmod{f_2(x)} \rightarrow h(x) \pmod{f_1 f_2}$.

Bestimmung des Polynoms $h(x)$ mit $h(x)^2 \equiv h(x) \pmod{f(x)}$ für folgendes Beispiel:

$$\begin{aligned}
f(x) = x^7 + 1 &= \overbrace{(x^4 + x^3 + x^2 + 1)}^{f_1} \overbrace{(x^3 + x^2 + 1)}^{f_2} \\
&= \overbrace{(x+1)(x^3 + x + 1)}^{f_1} (x^3 + x^2 + 1)
\end{aligned}$$

In der zweiten Zeile stehen die irreduziblen Faktoren. Die Lösung der simultanen Kongruenzen $h(x) \equiv 0 \pmod{f_1(x)}$; $h(x) \equiv 1 \pmod{f_2(x)}$

$$h(x) \equiv g_1(x) f_1(x)$$

Jedes Polynomvielfache $g_1(x)$ ist eine Lösung z.B. $g_1(x) = 1$. Nun ist $g_1(x)$ so zu wählen, dass auch die zweite Kongruenz erfüllt wird.

$$h(x) \equiv 1 \pmod{f_2}$$

$$h(x) + 1 \equiv 0 \pmod{f_2}$$

$$h(x) + 1 = g_2(x)f_2(x) \quad \text{und} \quad h(x) = g_1(x)f_1(x)$$

$$g_1(x)f_1(x) + 1 = g_2(x)f_2(x)$$

Aus der 1. Kongruenz $h = g_1 f_1$ ist g_1 gesucht, so daß die 2. Kongruenz $h + 1 \equiv 0 \pmod{f_2}$ erfüllt ist.

$$g_1 f_1 + 1 = 0 \pmod{f_2}$$

$$g_1 f_1 = 1 \pmod{f_2} \quad \text{ggT}(f_1, f_2) = 1$$

eindeutig lösbar

$$g_1 f_1 + 1 = g_2 f_2$$

$$g_1 f_1 + g_2 f_2 = 1$$

Mit Hilfe des euklidischen Algorithmus werden g_1 und g_2 bestimmt.

$$f_1 : f_2 = (x^4 + x^3 + x^2 + 1) : (x^3 + x^2 + 1) = x \quad \text{REST} : \quad x^2 + x + 1$$

$$(x^3 + x^2 + 1) : (x^2 + x + 1) = x \quad \text{REST} \quad x + 1$$

$$(x^2 + x + 1) : (x + 1) = x \quad \text{REST} \quad 1$$

$$(x^4 + x^3 + x^2 + 1) = x(x^3 + x^2 + 1) + (x^2 + x + 1)$$

$$(x^3 + x^2 + 1) = x(x^2 + x + 1) + (x + 1)$$

$$(x^2 + x + 1) = x(x + 1) + 1$$

$$1 = (x^2 + x + 1) + x(x + 1)$$

$$1 = (x^2 + x + 1) + x[x^3 + x^2 + 1 + x(x^2 + x + 1)]$$

$$1 = (x^2 + x + 1) + x(x^3 + x^2 + 1) + x^2(x^2 + x + 1)$$

$$1 = (x^2 + 1)(x^2 + x + 1) + x(x^3 + x^2 + 1)$$

$$1 = (x^2 + 1)[x^4 + x^3 + x^2 + 1 + x(x^3 + x^2 + 1)] + x(x^3 + x^2 + 1)$$

$$1 = (x^2 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + 1) + (x^2 + 1)x(x^3 + x^2 + 1) + x(x^3 + x^2 + 1)$$

$$1 = (x^2 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + 1) + x^2(x^3 + x^2 + 1)$$

$$1 = \underbrace{(x^2 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + 1)}_{g_1 f_1} + \underbrace{x^2(x^3 + x^2 + 1)}_{g_2 f_2}$$

$$g_1(x) = x^2 + 1$$

$$g_2(x) = x^3$$

$$h = g_1 f_1 = (x^2 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + 1) = x^6 + x^5 + x^3 + 1$$

$$h^2 = hh = (x^6 + x^5 + x^3 + 1)(x^6 + x^5 + x^3 + 1) = x^{12} + x^{10} + x^6 + 1$$

$$h^2(x) = h(x)(\text{mod } f(x))$$

$$h^2(x) - h(x) = 0(\text{mod } f(x))$$

$$NB: \quad h^2(x) - h(x) = (x^{12} + x^{10} + x^6 + 1) - (x^6 + x^5 + x^3 + 1) = x^{12} + x^{10} + x^5 + x^3$$

Mit $h(x)$ kann nun $f(x)$ zerlegt werden in $f(x) = \text{ggT}(f, h) * \text{ggT}(f, h+1)$.

$$(x^7 + 1) : (h(x)) = (x^7 + 1) : (x^6 + x^5 + x^3 + 1) = x + 1 \quad \text{REST} : x^5 + x^4 + x^3 + x$$

$$(x^6 + x^5 + x^3 + 1) : (x^5 + x^4 + x^3 + x) = x \quad \text{REST} : x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

$$(x^7 + 1) : (h(x) + 1) = (x^7 + 1) : (x^6 + x^5 + x^3 + 1 + 1) = x + 1 \quad \text{REST} : x^5 + x^4 + x^3 + 1$$

$$(x^6 + x^5 + x^3) : (x^5 + x^4 + x^3 + 1) = x \quad \text{REST} : x^4 + x^3 + x$$

$$(x^5 + x^4 + x^3 + 1) : (x^4 + x^3 + x) = x \quad \text{REST} : x^3 + x^2 + 1$$

Als Ergebnis lässt sich feststellen, dass mit $h(x) = x^6 + x^5 + x^3 + 1$ sich $f(x) = x^7 + 1$ in Faktoren zerlegen lässt derart $f(x) = (x^4 + x^3 + x^2 + 1)(x^3 + x^2 + 1)$. Es kann sein, dass die Faktoren bereits irreduzibel sind. Sind sie jedoch reduzibel, ist der Algorithmus erneut zu durchlaufen z.B.: $f_{\text{neu}}(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$.

Bei der Verwendung des chinesischen Restsatzes bleiben immer noch zu viele Lösungsvarianten, die die Bestimmung der Zerlegung eines Polynoms in seine irreduziblen Faktoren noch aufwendiger macht als die Multiplikation aller Polynome vom $\text{gr} < \text{gr}(f)$. Bei der Multiplikation der Polynome die vom Grad kleiner als $f(x)$ sind, erhält man eindeutig die irreduziblen Polynome. Dagegen beim chinesischen Restsatz nicht, da bei falscher Wahl von $h(x)$ (Zerlegungspolynom) kein Ergebnis im Sinne der Primfaktorzerlegung herauskommt.

Eine richtige Variante zur Bestimmung eines $h(x)$ zur Zerlegung von $f(x)$ ist die Anwendung des **Berlekamp-Algorithmus**. Dieser überführt das Problem in die lineare Algebra. Um die Lösungen der Kongruenz $h(x)^q \equiv h(x)(\text{mod } f(x))$, $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$ zu bestimmen, wird ein lineares Gleichungssystem erstellt.

$$\text{gr}(f) = n$$

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$x^{iq} \equiv \sum_{j=0}^{n-1} b_{ij}x^j (\text{mod } f(x)) \rightarrow n \times n \text{ Matrix} \rightarrow B = (b_{ij}) \text{ mit } 0 \leq i, j \leq n-1$$

Das Polynom $h(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} \in F_q[x]$ ist dann eine Lösung der Kongruenz $h(x)^q \equiv h(x)(\text{mod } f(x))$, $\text{gr}(h) < \text{gr}(f)$, wenn $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ eine Lösung des in Vektorform geschriebenen linearen Gleichungssystems $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})B = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})$ ist. Daraus folgt, dass diese Gleichung genau dann erfüllt ist, wenn

$$h(x) = \sum_{j=0}^{n-1} a_jx^j = \sum_{j=0}^{n-1} a_jb_{ij}x^j \equiv \sum_{i=0}^{n-1} a_ix^{iq} \equiv h(x)^q (\text{mod } f(x)) \text{ ist. Eine andere Form des linearen}$$

Gleichungssystems ist $(a_0, a_1, \dots, a_{n-1})B - E = (0, 0, \dots, 0)$ mit der $n \times n$ Einheitsmatrix E . Das Gleichungssystem hat q^k Lösungen. Das bedeutet, dass die Dimension des Lösungsraumes dieses Systems gleich k ist. Der Rang der Matrix $B-E$ ist $n-k$.

Wenn $k=1$ ist, so ist $f(x)$ irreduzibel über $\text{GF}(q)$. In diesem Fall ($k=1$) ist die einzige Lösung der Kongruenz ein konstantes Polynom, und der Lösungsraum besteht aus Vektoren der Form $(c, 0, \dots, 0)$ mit $c \in F_q$. Wenn dagegen $k \geq 2$ ist, so wählt man ein Zerlegungspolynom $h_2(x)$ für $f(x)$ und bestimmt der $\text{ggT}(f, h-c)$ für alle $c \in F_q$. Damit erhält man eine nichttriviale Zerlegung des Polynoms $f(x)$. Wenn die Verwendung des Polynoms $h_2(x)$ noch nicht k Faktoren ergibt, so wird das nächste Basiszerlegungspolynom $h_3(x)$ von $f(x)$ verwendet, und man bildet den $\text{ggT}(f, h_3(x)-c)$ für alle $c \in F_q$. Die so gefundenen nichttrivialen Teiler des Polynoms $f(x)$ werden zu den ersten gefundenen mit hinzugenommen. Der Algorithmus wird fortgeführt, bis alle k irreduziblen Faktoren gefunden sind.

Beispiel:

$$f(x) = x^7 + 1$$

$$\text{gesucht ist } h(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{n-1}x^{n-1} \in F_q[x]$$

Es wird nun die B-Matrix bestimmt mit $x^{i2} \equiv \sum_{j=0}^{7-1} b_{ij}x^j \pmod{f(x)} \rightarrow B = (b_{ij})$ zu

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nun wird B-E bestimmt zu

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Im nächsten Schritt wird die}$$

Dimension des Eigenvektors bestimmt mit $n - \text{rg}(B-E)$. Zuvor wird der Rang der Matrix mit dem Gauß-Jourdan-Verfahren bestimmt.

Der Rang der Matrix ist 5. Damit bestimmt sich die Dimension des Lösungsraumes zu $k = n - 5 = 7 - 5 = 2$. Das lineare homogene Gleichungssystem wird gelöst, um das Zerlegungspolynom zu erhalten mit $h(x) = x^3 + x^5 + x^6$ und $h(x)+1 = x^3 + x^5 + x^6 + 1$. Nun werden die Faktoren von $f(x) = x^7 + 1$ mit Hilfe des euklidischen Algorithmus bestimmt zu

$$ggT(f(x), h(x) + 0) = x^3 + x^2 + 1$$

$$ggT(f(x), h(x) + 1) = x^4 + x^3 + x^2 + 1$$

A 3.1.2 Berechnung der AKF

Die Polynome, die aus irreduziblen primitiven Polynomen zusammengesetzt sind, kann man Tabellen entnehmen (z.B. Finger, Adolf „Pseudorandom-Signalverarbeitung“, Teubner Verlag 1997).

$$\text{Beispiel: } f(x) = x^{15} + 1 = (x+1)(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)$$

Aufbau eines Schieberegisters für $x^4 + x + 1$:

NB: Addition modulo 2

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0$$

0.Takt	1	0	0	0
1.	1	1	0	0
2.	1	1	1	0
3.	1	1	1	1
4.	0	1	1	1
5.	1	0	1	1
6.	0	1	0	1
7.	1	0	1	0
8.	1	1	0	1
9.	0	1	1	0
10.	0	0	1	1
11.	1	0	0	1
12.	0	1	0	0
13.	0	0	1	0
14.	0	0	0	1
15.	1	0	0	0

Tabelle A 3-1 Ausgabe am Schieberegister

Die Ausgabe am Schieberegister erfolgt wie in der Tabellen A 3-1 dargestellt. Die AKF kann zur Prüfung auf maximale Länge des vom Polynom erzeugten outputs am Schieberegister bestimmt werden. Die Indexverschiebung befindet sich in der Tabelle A 3-2.

$$b\{0,1\} \rightarrow a\{1,-1\}$$

$$\Phi_{aa}(0) = \frac{1}{15} [(-1)(-1) + (-1)(-1) + (-1)(-1) + (-1)(-1) + 11 + (-1)(-1) + 11 + (-1)(-1) + \dots] = 1$$

$$\Phi_{aa}(1) = \frac{1}{15} [(-1)(-1) + (-1)(-1) + (-1)(-1) + \dots] = -\frac{1}{15}$$

usw.

\oplus	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	12	14	0
2	2	3	4						10						1
3	3	4	5						11						2
4	4	5	6						12						3
5	5	6	7						13						4
6	6	7	8						14						5
7	7	8	9						0						6
8	8	9	10						1						7
9	9	10	11						2						8
10	10	11	12						3						9
11	11	12	13						4						10
12	12	13	14						5						11
13	13	14	0						6						12
14	14	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Tabelle A 3-2 Indexverschiebung

A 3.1.3 Eigenschaften von Maximalfolgen

An dieser Stelle soll ein Überblick über die Besonderheiten von Maximalfolgen gegeben werden.

Die linearen Maximalfolgen sind eine Unterklasse der Pseudozufallsfolgen. Lineare rekursive Folgen sind periodisch. Dieses Verfahren ist beschrieben in [Bor1983][Vor1994][Fin1997]. Die Beschreibung der Vorgehensweise bei der Analyse diskreter Systeme mit Hilfe von MLS ist in [Vor1994] beschrieben. Die Signalstruktur ist elementar und stellt eine rekursive Folge dar, die als lineare binäre Maximalfolge bezeichnet wird. Die mathematische Betrachtung entstammt der höheren Algebra [Ber1967], der Galois-Felder (GF). Das einfachste GF ist GF(2), das die Elemente 0 und 1 enthält. Es ist ein Syntheseproblem, eine solche Folge mit speziellen Korrelationseigenschaften und einer bestimmten Länge zu suchen (Anhang A Punkt 4.1). Die Längen solcher Folgen hängen sehr stark von der zur Verfügung stehenden Rechenkapazität ab.

Für maximal mögliche Periodenlängen gilt $L = L_{\max} = q^n - 1$, für GF_q (GF-Galois Feld). Mit $q = 2$ und $n = 15$ erhält man dann entsprechend $L = 32767$.

Dabei kann man aus den Tabellen A 3-1 und 3-2 entnehmen, dass die Periodenlänge der MLS unabhängig von der Anfangszustandsbedingung ist. Um eine maximale Periodenlänge zu erreichen, ist ein primitives charakteristisches Polynom Voraussetzung. Zur Bestimmung eines irreduziblen primitiven Polynoms gibt es verschiedene Möglichkeiten. Eine sichere Möglichkeit ist durch den Berlekamp-Algorithmus gegeben.

Eine Lösung für die Zerlegung (Modulo 2) ist dann für ein Beispielpolynom
 $f(x) = x^7 + 1 = (x+1)(x^3 + x + 1)(x^3 + x^2 + 1)$ oder auch für
 $f(x) = x^{15} + 1 = (x+1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$.

Mit Hilfe eines Generatorpolynoms (z.B. $(x^3 + x + 1)$ oder $(x^4 + x + 1)$), das ein irreduzibles primitives Polynom der Ordnung m sein und $2^m - 1$ teilen muss, wird ein Schieberegister mit den entsprechenden Rückkopplungszweigen aufgebaut.

Generatorpolynome für MLS sind in [Fin1997] bis zur Ordnung 32 zu finden.

Der Anfangszustand des Schieberegisters darf nicht Null sein, da sich sonst nur dieser Zustand wiederholt. Aus diesem Grund berechnet sich die Periodenlänge $L = 2^m - 1$ für binäre Maximalfolgen. Der Zusammenhang zwischen der Ordnung der Periodenlänge und dem Zerlegungspolynom ist in der Tabelle A 3-3 dargestellt.

Ordnung m	Periodenlänge $L = 2^m - 1$	Polynom $f(x)$
1	$L = 2^1 - 1 = 1$	$x^1 + 1$
2	$L = 2^2 - 1 = 3$	$x^3 + 1$
3	$L = 2^3 - 1 = 7$	$x^7 + 1$
4	$L = 2^4 - 1 = 15$	$x^{15} + 1$
5	$L = 2^5 - 1 = 31$	$x^{31} + 1$
6	$L = 2^6 - 1 = 63$	$x^{63} + 1$
.....

Tabelle A 3-3 Bestimmung der Zerlegungspolynome

Wird das Eingangssignal eines binären Schieberegisters durch Modulo 2 Addition seines Ausganges mit einem oder mehreren Abgriffen gewonnen, so erhält man bei einer bestimmten Rückkopplungsstruktur entsprechend dem gewählten Verschiebetakt eine Folge maximaler Länge.

Die Ausgabe am Schieberegister erfolgt als 0 und 1.

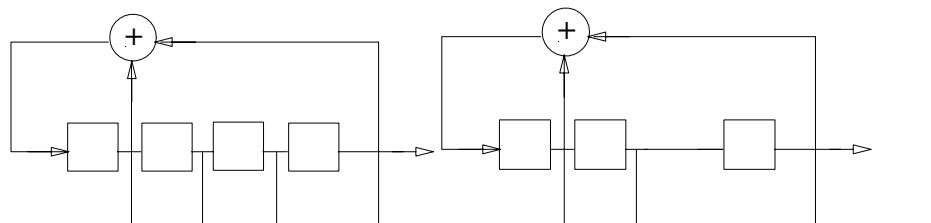
Enthält das Register m Stufen, so kann die Periodenlänge bestimmt werden zu $L = 2^m - 1$.

Man erhält eine Maximalfolge mit breitbandrauschähnlichen Eigenschaften.

Der Generator erzeugt mit $L = 2^m - 1$ Verschiebetakten lückenlos und wiederholungsfrei alle Zustände, außer dem Nullzustand. Dieser Zustand würde den Generator „einfrieren“ ($L = 1$).

Nachfolgend soll gezeigt werden, wie man eine lineare binäre Maximalfolge bei vorgegebenem Generatorpolynom erzeugt (Tab. A 3-4) und wie man bei veränderter Rückkopplungsstruktur eine Folge nicht maximaler Länge (Tab. A 3-5) erhält.

Die Tabelle A 3-4 zeigt die Zustandsfolgen der entsprechenden Generatoren für Folgen maximaler Länge.



Gen. 1 0.Takt	1	0	0	0	Gen.2 0.Takt	1	0	0
1.Takt	1	1	0	0		1	1	0
2.	1	1	1	0		1	1	1
3.	1	1	1	1		0	1	1
4.	0	1	1	1		1	0	1
5.	1	0	1	1		0	1	0
6.	0	1	0	1		0	0	1
7.	1	0	1	0		1	0	0
8.	1	1	0	1				
9.	0	1	1	0				
10.	0	0	1	1				
11.	1	0	0	1				
12.	0	1	0	0				
13.	0	0	1	0				
14.	0	0	0	1				
15.	1	0	0	0				

Tabelle A 3-4 Zustandstabelle für Generator 1 und 2

Die Periodenlänge L (dimensionslos, gibt die Anzahl der logischen Zustände an) der MLS des Generators 1 ist 15. Nach 15 Takten wiederholt sich die Folge aus 1 und 0.

Um die Periode der MLS zu bestimmen, muss die Periodenlänge mit der Taktzeit multipliziert werden $T_L = t_a L = \Delta t L$. In der Abbildung A - 3-1 ist eine MLS - wenn der Zustand am Ausgang des Generators entsprechend der Zeit $t_a = 0,0002\text{ s}$ gehalten wird - für 2 Periodendauern T_L dargestellt.

Die lineare binäre Maximalfolge $b\{0,1\}$ wird in eine Folge von $a\{-1,1\}$ überführt (symmetrische Folge; Abbildung A - 3-1), um so ein mittelwertfreies Signal zu erhalten.

Dabei hat es keinerlei Auswirkung auf die Eigenschaften, ob das Signal von $b\{0,1\}$ nach $a\{-1,1\}$ oder nach $a\{1,-1\}$ überführt wird.

Nachfolgend soll neben den AKF für die Folgen der Generatoren 1 ...3 nur die periodische symmetrische MLS betrachtet werden (Abbildung A - 3-1). Die Folgen werden der Einfachheit halber für die Darstellung diskret betrachtet.

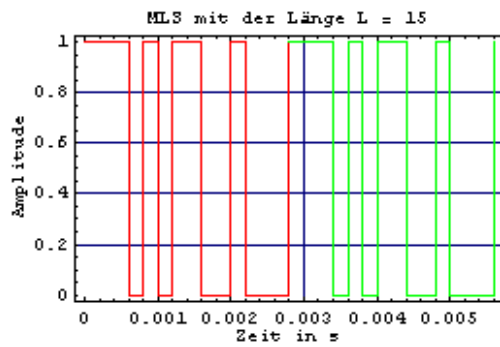


Abbildung A- 3-1 MLS für $2T_L$ für $b\{0,1\}$ (periodische MLS)

Eine wichtige Eigenschaft der MLS ist deren Autokorrelationsfunktion (AKF). Für ein Signal der Form $f(t)$ ist die AKF definiert mit:

$$\Phi_{f,f}(\tau) = \frac{\Phi_{f,f}(\tau)}{\Phi_{f,f}(0)} \text{ mit } \Phi_{f,f}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)f(t+\tau)dt$$

$$\Phi_{f,f}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f^2(t)dt$$

Für ein ideales Zufallssignal $f(t)$ ist $\Phi_{f,f}(\tau) = 0$ und $\Phi_{f,f}(0) \neq 0$. Entsprechend der letzten Definitionsgleichung der AKF ist $\Phi_{f,f}(0)$ die Signalleistung von $f(t)$. Für den Generator 1 ist die AKF in der Abbildung A - 3-2 dargestellt.

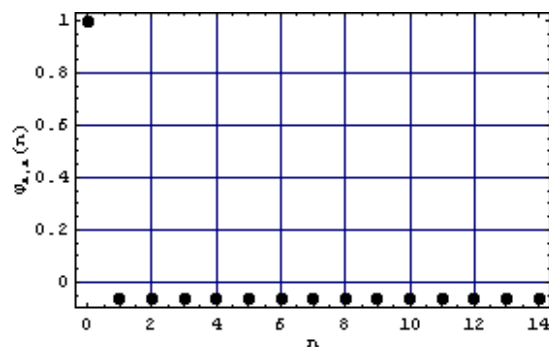


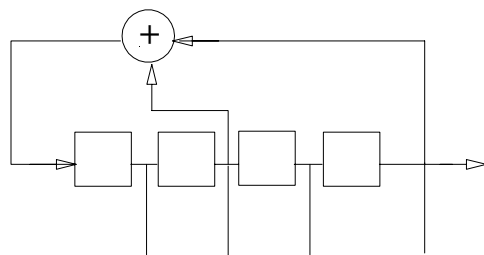
Abbildung A- 3-2 AKF für Generator 1

Ein Generator, der eine Folge nicht maximaler Länge erzeugt, ist nachfolgend aufgeführt (Tabelle A 3-5).

Ist die symmetrische MLS mit L periodisch (Signal a), dann geht die AKF in eine zirkulare AKF über. Die Integrationsgrenze T muss nicht gegen unendlich gehen, sondern kann auf die Periodendauer $L-1$ begrenzt werden. Dann kann das Integral in eine Summenschreibweise überführt werden, und man erhält für die zirkulare diskrete AKF:

$$\Phi_{a,a}(n) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} a_i a_{i+n} \bmod L = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 0, L, 2L... \\ -\frac{1}{L} & \text{sonst} \end{cases}$$

Die AKF hat an den Stellen 0 und 15 usw. den Wert 1 hat. Würde die Anzahl der Perioden erhöht, so würde immer an den Stellen nL der Wert 1 auftreten und an den anderen Stellen der Wert $(-1/L)$.



0. Takt	1	0	0	0
1.	0	1	0	0
2.	1	0	1	0
3.	0	1	0	1
4.	0	0	1	0
5.	0	0	0	1
6.	1	0	0	0

Tabelle A 3-5 Zustandsfolge für Generator 3

Die spezielle periodische AKF der Maximalfolge weist impulsförmiges Verhalten mit einem bestimmten Gleichanteil auf.

Aus den Betrachtungen sieht man, dass die AKF bei der MLS-Methode immer bekannt ist und nur einen Fehler durch den Gleichanteil aufweist, der jedoch bei großen Längen verschwindet. Damit bei der AKF der Wert an der Stelle 0 1 ist, wird mit $\frac{1}{L}$ normiert. Dabei gehen die tatsächlichen Funktionswerte verloren. Man erhält aber die Tendenz des Funktionsverlaufs oder die relative Darstellung der Funktion. Normiert man die AKF auf $L+1$, so erhält man eine neue Gleichung [Gim1994]:

$$\Omega_{a,a}(n) = \frac{1}{L+1} \sum_{i=0}^{L-1} a_i a_{i+n} \bmod L = \begin{cases} \frac{L}{L+1} & \text{für } n = 0, L, 2L... \\ -\frac{1}{L+1} & \text{sonst} \end{cases}$$

Das bedeutet, dass nun über eine größere Periode gemittelt wird. Mit dieser mathematischen Substitution wird der Spitze-Spitze-Wert auf 1 beschränkt. Nun kann man die so umgeformte AKF als Summe von Einzelimpulsen mit Gleichanteil darstellen

$\Omega_{a,a}(n) = \delta_p - \frac{1}{L+1}$ [Rif1989]. Für große L wird der Gleichanteil Null, und die AKF entspricht dann einem periodischem Impuls δ_p .

Die fouriertransformierte der AKF der MLS ist das Leistungsdichtespektrum. Dieses Leistungsdichtespektrum stellt für eine Periodenlänge L ein Linienspektrum dar und ist:

$$S_{a,a}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \Phi_{a,a}(n) e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} = \begin{cases} \frac{1}{L} & \text{für } k = 0 \\ \frac{L+1}{L} & \text{für } k = 1, 2, \dots, L-1 \end{cases}$$

Nimmt man also die AKF der MLS, dann erhält man mit der diskreten Fouriertransformation (DFT) die Abbildung A - 3-3.

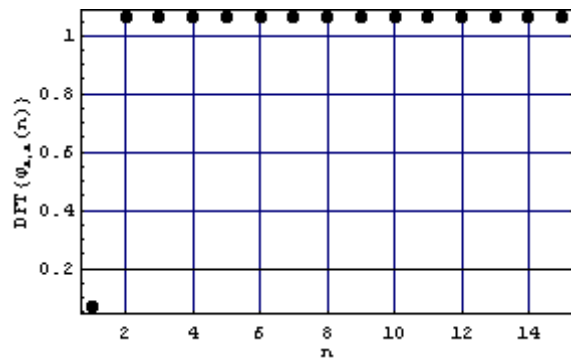


Abbildung A-3-3 DFT einer AKF

Das gilt nur im idealen Fall. Praktisch ist der Impuls der AKF der MLS eine Dreiecksform.

Damit ist die Einhüllende der DFT der AKF der MLS eine $\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$ Funktion. Der 3 dB-Abfall liegt dann bei ca. $0,45 f_A$. Dabei ist f_A die Auswertefrequenz und bestimmt sich zu

$$f_A = \frac{1}{nT_L}.$$

Neben dem Verhalten elektronischer Bauelemente (Überschwingen, unsaubere Schaltzeiten der Schieberegister usw.) wird das Spektrum noch weiter beeinflusst. Es treten Dämpfungen des Spektrums bei Frequenzen über der ersten Nullstelle auf. Sättigungserscheinungen von aktiven Elementen führen zu einer Veränderung des Spektrums.

Dabei verändert sich die Einhüllende des Leistungsdichtespektrums in eine Normalverteilung. Die mathematische Beschreibung ist mit dem „Zentralen Grenzwertsatz“ der Statistik möglich, der eine Aussage über die Verteilung von Mittelwerten macht. Für das verwendete Messsystem ist deshalb eine obere Grenzfrequenz von 0,3-fachen der Abtastfrequenz angegeben.

Nun muss noch die Raumimpulsantwort berechnet werden. Dabei ist die symmetrische periodische MLS, die als Anregungssignal für den Raum verwendet wird, bekannt. Am Mikrofon wird ebenfalls ein periodisches Signal empfangen. In dem empfangenen Signal befindet sich die Raumimpulsantwort. Beide Signale können auf ihre Periodendauer begrenzt

werden. Damit sind die Signale nicht mehr unendlich lang. Für die weitere Verarbeitung der beiden Signale kommt der spezielle Fall der periodischen Faltung, die zirkulare Faltung, in Betracht [Opp1999]. Dabei wird die gemessene Folge zeitumgekehrt und zirkular verschoben. Damit wird eine unendlich lange periodische Folge nachgebildet. In diesem Fall sind die Periodenlängen der beiden Signale immer gleich. So kann dann zunächst die periodische IR bestimmt werden, wenn man von den oben genannten Eigenschaften der MLS ausgeht. Es gilt dabei ganz allgemein, dass ein LTI-System im Zeitbereich durch seine IR vollständig beschrieben ist mit $y(t) = x(t) * h(t)$. Für die zeitdiskrete Darstellung ergibt sich dann die nachfolgende Gleichung:

$$y(n) = \sum_{k=(-\infty)}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

Setzt man in der Gleichung $y(n) = \sum_{k=(-\infty)}^{\infty} x(k)h(n-k) \Leftrightarrow x(n) = \delta(n)$, dann erhält man direkt $y(n) = h(n)$ - die IR des Systems. Nun liegt aber eine Art periodischer Impuls vor mit $\delta_p(n)$ mit der Periode L.

Für $\delta_p(n)$ gilt dann:

$$\delta_p(n) = \begin{cases} 0 & \text{für } n < 0 \\ 1 & \text{für } n \bmod L = 0 \\ 0 & \text{für } n > 0 \end{cases}$$

Ein LTI-System kann auch durch seine periodische IR beschrieben werden mit $y_p(n) = x_p(n) * h_p(n)$. Die periodische IR erhält man durch periodische Faltung:

$$h_p(n) = \sum_{k=(-\infty)}^{\infty} \delta_p(k)h(n-k)$$

Mit der Berücksichtigung der Periodenlänge L von $\delta_p(n)$ ergibt sich dann [Bor1983] [Rif1989]:

$$h_p(n) = \sum_{k=(-\infty)}^{\infty} h(n-kL)$$

Die periodische Impulsantwort erhält man durch Aufsummierung von Teilbereichen der normalen IR. Überlappen Teilbereiche sehr stark, dann kommt es zu Zeitaliasing. Bei der Messung wird die MLS mit der periodischen IR kreuzkorreliert:

$$\Omega_{a,b}(n) = \frac{1}{L+1} \sum_{k=0}^{L-1} a_p(k)b_p(n+k)$$

Wenn $b_p(n) = x_p(n) * h_p(n)$ und $a_p(n) = x_p(n)$, erhält man mit dem Kreuzkorrelationsoperator \otimes die Form:

$$\begin{aligned}\Omega_{a,b}(n) &= x_p(n) \otimes (x_p(n) * h_p(n)) \\ &= \{x_p(n) \otimes x_p(n)\} * h_p(n) \\ &= \Omega_{a,a}(n) * h_p(n) \\ &\approx h_p(n)\end{aligned}$$

Die Impulsantwort wird durch zyklische Kreuzkorrelation bestimmt [Bor1983].

Das S/N-Verhältnis lässt sich zu $S/N = 10 \log(2^m - 1) = 3 \ln(L)$ bestimmen. Bei der Messung im Raum ist es von Vorteil, über mindestens 2 Perioden zu mitteln, um den Störabstand zu erhöhen. Bei jeder Vergrößerung der Anzahl der Perioden um 2, über die gemittelt werden soll, vergrößert sich der Störabstand um 3 dB mit $S/N = 10 \log[(2^m - 1)n_L]$, wobei n_L die Anzahl der Perioden ist, über die gemittelt werden soll.

A 3.2 Messung

Abschätzung der Ordnung der MLS

Für den Sprecherraum der TUI sei die Nachhallzeit $T_N = 0,3 \text{ s}$. Die obere Grenzfrequenz bei der Bestimmung der breitbandigen Raumimpulsantwort soll 20 kHz betragen.

$$\begin{array}{rcl}\frac{2^n - 1}{3f_g} & > & T_N \\ \frac{2^n - 1}{60000 \text{ Hz}} & \geq & 0,3 \text{ s} \\ 2^n - 1 & \geq & 18000 \\ 2^n & \geq & 18001 \\ \underline{\underline{n}} & \geq & \underline{\underline{15}}\end{array}$$

Es ist zur Messung der Raumimpulsantwort in diesem Raum eine ML-Sequenz der Ordnung 15 zu wählen.

A 3.3 Messergebnisse

Die Schwingung breitet sich durch Kopplung an benachbarte schwingungsfähige Systeme im Raum aus. Von einem Sender zu einem Empfänger verstreicht eine Zeit t , bis die Schwingung am Empfänger eintrifft. Das ist die sogenannte „Totzeit“ bei der Messung der IR. Die Schwingung legt dabei einen Weg s zurück.

Bei der aufgenommenen IR kann die Zeit t bis zum Eintreffen des Direktschalls bestimmt werden. Die Schallgeschwindigkeit ist in Abhängigkeit von der Temperatur im Raum, in der sich die Schwingung ausbreitet, gegeben. So kann nun der Weg zwischen der Quelle und dem Empfänger berechnet werden mit $s[m] = v \left[\frac{m}{\text{sec}} \right] t [\text{sec}]$

mit $v = c \approx 344 \left[\frac{m}{\text{sec}} \right]$ bei einer Rauminnentemperatur von ca. 20 °C.

Der Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit der Luft bei 0°C ist $c_0 = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0} \kappa} = 331,6 [m/s]$.

Man vergleiche dazu Anhang A Punkt 2 – Herleitung der Zustandsgleichung für Luftschallwellen.

Die Schallgeschwindigkeit ergibt sich zu $c = 331,6 + 0,69$ (hinreichend genau für Tonmeister) oder $c = 331,6 \sqrt{1 + 0,0049}$, wobei sich der Wert 0,004 aus dem Ausdehnungskoeffizienten ergibt (1/273,15).

A 3.4 Anmerkungen zur Messung

Zur Messung der IR kamen zwei unterschiedliche Messsysteme zum Einsatz. Dabei mussten die Messergebnisse vergleichbar gemacht werden.

A 3.4.1 Bestimmung der mittleren Rauschleistung

Die Raumimpulsantwort wurde mit einem Messmikrofon (Mono) aufgenommen, so dass zeitliche Betrachtung der IR möglich ist. Für die Bestimmung der objektiven Parameter der Raumakustik (Hörsamkeitsmaße) ist das ausreichend. Das S/N – Verhältnis ist theoretisch $\frac{S}{N} = 10 \log \left[(2^m - 1) n_L \right] = 10 \log \left[(2^{16} - 1) * 4 \right] = 54 \text{ dB}$.

Aus der Totzeit im Signal der IR kann die mittlere Rauschleistung bestimmt werden zu

$$\bar{P}_N \approx \frac{1}{N_{\text{Totzeit}}} \sum_{i=0}^{N_{\text{Totzeit}}-1} h(i)^2.$$

Dabei ist N_{Totzeit} die Anzahl der Abtastwerte während der Totzeit. Für die IR konnten beispielsweise 1432 Abtastwerte für die Totzeit bestimmt werden. Der berechnete Störabstand lag hier bei 12 dB. Dieser sehr schlechte Wert resultiert aus den Störungen im Gebäude, die während der Messung deutlich auftraten (schlagende Türen, schwingende Treppe bei Benutzung etc.). Das ist ein deutlicher Nachteil der Maximalfolgen. Denn das Rauschen wird durch kurzzeitige Störungen größer, was sich in einen schlechteren Signal-Rausch-Abstand zeigt.

Das S/N kann durch Mittelung verbessert werden. Das ist für die Faltung mit „trockenen“ Musikstücken sinnvoll. Für die zur Faltung verwendeten gemessenen Raumimpulsantworten konnte von einem besseren S/N ausgegangen werden.

A 3.4.2 Abgeleitete Darstellung aus der Raumimpulsantwort

Modulationsübertragungsfunktion bestimmt sich für ein lineares System als Quotient aus dem Amplitudenspektrum der Ein- und Ausgabe $MTF(f) = \frac{A_{ein}(f)}{A_{aus}(f)}$.

Eng damit verbunden ist die Bestimmung des Sprachübertragungsindex RASTI (rapid speech transmission index). Dabei wird angenommen, dass nicht nur Nachhall und Störgeräusche, sondern auch andere Signalveränderungen auf dem Weg zwischen Quelle und Hörer auftreten und die Sprachverständlichkeit beeinflussen. Die Verschlechterung der Sprachverständlichkeit kann als Abnahme der Modulationsübertragungsfunktion MTF angesehen werden. Beim Verfahren zur Bestimmung des RASTI werden vereinfacht 9 Modulationsfrequenzen in 2 bestimmten Oktavbändern (beispielsweise 0,5 und 2 kHz) die Modulationsreduktionsfaktoren MRF berechnet.

$$MRF(F) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi F T_N / 13,8)^2}} \frac{1}{1 + 10^{-(S/N)/10dB}}$$

Dabei ist F die Modulationsfrequenz in Hz. Nun können die scheinbaren S/N-Abstände X_j berechnet werden $X_j = 10 \log \left(\frac{MRF_j}{1 - MRF_j} \right) dB$. Dann berechnet sich der RASTI zu

$$RASTI = \frac{\left[\frac{1}{9} \sum_{j=1}^9 X_j \right] + 15}{30}$$

A 3.5 Problembeschreibung

Die Anzahl N_I der Impulse, die zum Zeitpunkt t beim Empfänger eintreffen (statistische Raumakustik – Spiegelschallquellenverfahren), berechnet sich aus dem Volumen einer Kugel mit dem Radius $R = c \cdot t$ geteilt durch das Volumen des Raumes $N_I = \frac{\frac{4}{3}\pi (ct)^3}{V}$.

Die Impulsdichte (Anzahl der Reflexionen in einem gewissen Zeitabschnitt) berechnet sich aus der Ableitung von N_I zu $N_R = \frac{4\pi c^3}{V} t^2 \Delta t$.

A 3.6 Zeitreihenuntersuchungen an gemessenen Raumimpulsantworten

Eine **Zeitreihe** ist eine zeitlich geordnete Folge von Beobachtungen einer Größe. Für jeden Zeitpunkt t einer Menge T von Beobachtungspunkten liegt dabei genau eine Beobachtung vor.

Beispielsweise: $Y_t = \{y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN} = y_T\}$

Zeitreihen werden zur Zeitreihenanalyse als stochastischer Prozess aufgefasst, so dass die Realisierung des Prozesses $\{y_t\}$ zum Zeitpunkt t einen Wert zwischen $\pm \infty$ annehmen kann.

Untersuchung der einer Zeitreihe innewohnenden Gesetzmäßigkeiten

- Beschreibung der Zeitreihe durch ein mathematisches Modell
- Erklärung des Verhaltens der Zeitreihe
- Vorhersage des künftigen Verlaufs
- Steuern und Regeln von zufälligen Prozessen

Ein stochastischer Prozess heißt stationär (schwach stationär), wenn der Mittelwert und die Kovarianz unabhängig von der Zeit t sind. D.h., bei Zeitverschiebung bleiben die Größen gleich. Damit ist kein Trend vorhanden und die Varianzen ändern sich nicht mit der Zeit. Dann gilt allgemein:

$$E[Y_t] = \mu \rightarrow \text{mittelwertstationär}$$

$$\text{Var}[Y_t] = \sigma^2 < \infty \rightarrow \text{varianzstationär}$$

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-\tau} - \mu)] = E[(Y_s - \mu)(Y_{s-\tau} - \mu)] \rightarrow \text{kovarianzstationär}$$

Der empirische Mittelwert und die empirische Varianz von Zeitreihen lassen sich standardisieren.

Der empirische Mittelwert sein:
$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$$

Die empirische Varianz sei:
$$s^2(y) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2$$

Dann erfolgt die Standardisierung mit $s^2(y) > 0$ zu $z_t = \frac{y_t - \bar{y}}{s(y)}$.

Der Mittelwert

$$z_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N z_t = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{s} (y_t - \bar{y}) = \frac{1}{s} \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t - \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \bar{y} \right] = \frac{1}{s} \left[\bar{y} - \frac{1}{N} \left\{ \sum_{t=1}^N \bar{y} \right\} \right] = \frac{1}{s} \left[\bar{y} - \frac{1}{N} \{N \bar{y}\} \right] = 0$$

Die Varianz ist dann

$$s^2(z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t - \bar{z})^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t - 0)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (z_t)^2$$

$$s^2(z) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[\frac{1}{s} (y_t - \bar{y}) \right]^2 = \frac{1}{s^2} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2 \right\} = \frac{s^2}{s^2} = 1$$

Die Autokorrelationsfunktion (bei stationärem Prozess) gibt hinweise zu periodischen Komponenten. Sie sei definiert mit

$$r(s) = \frac{\sum_{t=1}^{N-s} (y_t - \bar{y})(y_{t+s} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2} \quad \text{mit} \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$$

Ein *Zeitreihenmodell* für die beobachteten Realisationen (Daten beispielsweise $Y_t = \{y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN} = y_T\}$) ist eine Spezifikation der gemeinsamen Verteilung (möglicherweise nur der ersten beiden Momente) eines stochastischen Prozesses $Y_t = \{y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN} = y_T\}$, für den $Y_t = \{y_{t1}, y_{t2}, \dots, y_{tN} = y_T\}$ eine Realisation ist.

Das q-te Moment ist definiert zu $M_q = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^q$. Zur Berechnung des q-ten Momentes

werden mindestens 2q Datenpunkte benötigt. Momente größer Ordnung 2 können als Teststatistik für Nichtlinearitäten in Zeitreihen herangezogen werden, denn sie verschwinden bei linearen Zeitreihen. Oder anders formuliert, da alle Momente mit einer Ordnung größer als zwei für lineare Prozesse verschwinden, können sie als Teststatistiken für einen Test auf Nichtlinearität dienen, indem auf einen signifikanten Unterschied von Null getestet wird. Ein Moment dritter Ordnung ist z. B. die *3-Punkt-Autokovarianz*

$$s^{3P}(y) = \frac{1}{N - \tau_2 - 1} \sum_{t=1}^{N-\tau_2} (y_t - \bar{y})(y_{t+\tau_1} - \bar{y})(y_{t+\tau_2} - \bar{y}) \quad \text{mit} \quad \tau_1 < \tau_2$$

Bei entsprechender Wahl des Modells zur Approximation der Zeitreihe bleibt ein Rest, die sogenannten Residuen.

Ausdruck guter Anpassung des Modells an die Zeitreihe sind Residuen, die

- um den Mittelwert 0 schwanken
- eine möglichst kleine Varianz haben
- identisch verteilt
- untereinander unabhängig sind.

Das Korrelogramm der Residuen ist zu untersuchen. Es ist zu überprüfen, ob die $r(s)$ von Null verschieden sind. Bei einem Signifikanzniveau von 0,05 darf eins von 20 die kritischen Schranken übersteigen, ohne dass weißes Rauschen verneint werden muss.

A 4 Approximationen für Raumimpulsantworten

Die Lösung der akustischen Wellengleichung für impulsförmige Erregung in einem Punkt (Eingangssignal), führt an einem anderen Punkt (Ausgangssignal) zu der prinzipiellen Form

$$h(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i e^{-\delta_i t} e^{-j\omega_i t}$$

- i - Summe über alle Eigenfrequenzen
- δ_i - Dämpfung durch Reflexion
- a_i - Amplitude, die vom Ort der Entstehung der Eigenschwingung abhängt
- ω_i - Kreisfrequenz

Nimmt man an, dass die Dämpfung frequenzunabhängig ist, erhält man für die Impulsantwort den Ausdruck der Form $h(t) = e^{-\delta t} \sum_{i=0}^{\infty} a_i e^{-j\omega_i t}$.

Entsprechend können nun Modellgleichungen zur Approximation aufgestellt werden, wobei auf sparsame Verwendung von Parametern zu achten ist.

Entsprechend der Dissertationsschrift von Martin Schönle „Wavelet-Analyse und parametrische Approximation von Raumimpulsantworten“ ergibt sich die Impulsantwort für das betrachtete LTI-System durch inverse Fouriertransformation und führt zur allgemeinen

Lösung $h(t) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i e^{-\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ für $t \geq 0$

A 4.1 Modellgleichungen und Voruntersuchungen

Vor der Verwendung der nichtlinearen Regression muss auf jeden Fall versucht werden, die Modellgleichung in eine lineare Form zu überführen. Erzielt man nicht das gewünschte Ergebnis, dann sollte an Hand des zur Untersuchung bereitstehenden Datensatzes, ein effektives nichtlineares Regressionsverfahren zur iterativen Lösung gesucht werden. Für die Startwerte des Parametervektors gilt, dass eine genügend genaue Schätzung vorliegen muss. Dann wird mit Hilfe des Schätzalgorithmus die Summe der quadrierten Residuen minimiert. Bei dieser Minimierung werden die Beobachtungspaare $\{\{t_1, y_1\}, \dots, \{t_N, y_N\}\}$, so dass die Fehlerquadratsumme nur von den Parameterwerten (Parametervektor) abhängt.

Beispiel für den Versuch einer Linearisierung der Modellgleichung:

Es ist eine der Standardannahmen der Regressionsanalyse, dass das die Daten beschreibende Modell linear ist. Aber in den meisten Fällen liegt ein nichtlineares Modell der Beziehung zwischen x und y zugrunde. Durch eine geeignete Transformation soll ein lineares Modell erhalten werden.

Die Linearisierung eines Modells kann mit Approximation durch ein lineares Modell ohne Voraussetzung oder durch Transformation erfolgen.

Manchmal besteht die Möglichkeit, ein nichtlineares Regressionsmodell in ein lineares zu transformieren. Der grundlegende Ansatz für die Transformation ist

$$f(x) = a + bx^k \quad \text{mit } a, b = \text{konst.}$$

mit $z = x^k$ folgt die Transformation zu

$$f(x) = a + bz$$

So wurde hier als Beispiel das nichtlineare Regressionsmodell von einem Polynom k-ten Grades in ein Polynom z-ten Grades, also in ein lineares überführt. Für $k = 2$ wie folgt:

$$f(t) = c + at^2 \quad \text{mit } a, c = \text{konst.}$$

$$\text{mit } z = t^2$$

$$f(t) = c + az$$

Damit existiert nun eine Modellgleichung, die mit Hilfe der linearen Regression zur Approximation verwendet werden kann.

In einem nächsten Schritt muss eine mathematische Umschreibung der Sinusfunktion gefunden werden. Die Sinusfunktion lässt sich wie jede andere Funktion auch durch eine Reihe oder ein Polynom darstellen. Ein ganz allgemeiner Ansatz wäre die Taylorreihe

$\left(f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n x^n \right)$, in der die Koeffizienten α_n entsprechend bestimmt werden müssen. Es gibt aber schon die entsprechende Reihe zur Abbildung der Sinusfunktion mit :

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

und für kleine x

1. Näherung

$$\sin x = x$$

2. Näherung

$$\sin x = -\frac{1}{6}x^3$$

Nun soll für kleine x eine Transformation vom nichtlinearen Modell in ein lineares versucht werden. Als 1. Näherung erhält man

$$f(x) = (-ax + b)(c \sin x)$$

$$f(x) = (-ax + b)(cx) = -acx^2 + bcx = \dots$$

Eine Substitution und damit eine Transformation ist nicht möglich, und die 2. Näherung ist:

$$f(x) = (-ax + b)(c \sin x)$$

$$f(x) = (-ax + b) \left(-\frac{1}{6}x^3 \right) = a\frac{c}{6}x^4 - b\frac{c}{6}x^3 = \dots$$

Auch hier ist keine Transformation möglich, d.h. die nichtlineare Gleichung 2. Näherung lässt sich nicht durch Substitution in eine lineare Gleichung überführen. Alle anderen Möglichkeiten, die Sinusfunktion zu umschreiben, sind deutlich komplizierter und führen auch nicht zum gewünschten Ziel.

Man wählt deshalb eine andere Modellgleichung, z.B. $f(x) = -ax + b + c \sin(x)$.

Damit kann eine Transformation auf Linearität durchgeführt werden für eine 1. Näherung für kleine x

$$f(x) = (-ax + b) + (c \sin x)$$

$$f(x) = (-ax + b) + (cx)$$

Die Gleichung $f(x) = (-ax + b) + (cx)$ ist zumindest für kleine x eine lineare Gleichung. Damit kann eine lineare Regression durchgeführt werden.

Die nichtlinearen Modelle für bipolare gemessene Raumimpulsantworten lassen sich nicht in ein lineares Modell überführen, da es einerseits kompliziert aufgebaut und andererseits in diesem nichtlinearen Modell ebenfalls die Sinusfunktion zur Beschreibung enthalten ist. Da hier schon relativ viele Regressionskoeffizienten in der Gleichung stehen, ist es schwer oder nicht möglich, eine solche Gleichung in eine lineare zu überführen.

Beispiel einer echten nichtlinearen Regression:

$$f(x) = (a - x) + e^{bx}$$

Parameter : a, b

$$S(a, b) = \sum (y_i - f(x_i))^2 \rightarrow \min \quad \text{mit } S(a, b) \text{ auch } X^2 - \text{Funktion}$$

$$\vec{a} = (a, b)$$

$$\text{Iteration :} \quad -\text{grad } S(a, b) = \left(-\frac{\partial S}{\partial a}; -\frac{\partial S}{\partial b} \right)$$

$$\vec{a}_{\text{neu}} = \vec{a}_{\text{alt}} - Q(\vec{a}_{\text{alt}}) \text{grad } S(\vec{a}_{\text{alt}}) \quad \text{mit} \quad Q(\vec{a}) = \frac{S(\vec{a}) - n \Delta^2}{(\text{grad } S(\vec{a}))^2}$$

Bestimmung der Nullstellen $(S(\vec{a}) - n \Delta^2)$

Ende der Iterationen ist bei $S(\vec{a}) = n \Delta^2$; dann ist der mittlere quadratische Fehler $\sqrt{S(\vec{a})/n} = \Delta$. Dabei ist Δ die vorgegebene Toleranz. Je kleiner die Toleranz, um so näher liegt man beim Minimum.

A 4.2 Untersuchung der Approximation an das Original

Mit der Modellgleichung $h(t) = \sum_n a_n e^{-b_n t} \sin(2\pi f_n t + \varphi_n)$ für $t, n \geq 0$ kommt man der

Lösung der Wellengleichung sehr nahe. Ohne das Summenzeichen stellt der Ausdruck eine gedämpfte Schwingung dar mit $f(t) = a e^{-bt} \sin(2\pi f_0 t)$. Als analoge Funktion stellt $f(t)$ einen einmaligen Vorgang dar, wobei die Periode dann unendlich groß ist. Die Entwicklung in Teilschwingungen führt zu einem kontinuierlichen Amplitudenspektrum (Fourierintegral).

Bei der Darstellung des Spektrums einer solchen Funktion nimmt die Frequenz f_0 keine eindeutige Position an. Nur bei ungedämpfter Schwingung findet man die Frequenz f_0 genau an der Stelle des Maximums im Spektrum. In allen anderen Fällen tritt die Frequenz f_0 so im Spektrum nicht auf. D.h., dass die Frequenz der gedämpften Schwingung im einmaligen oder im periodischen Fall nicht eindeutig aus dem Spektrum bestimmt werden kann.

Um nun aber die Frequenz bestimmen zu können, haben sich Methoden bewährt, die diese selektiv aus den Nulldurchgängen oder den Extremwerten der Schwingung bestimmen.

Es eignet sich also zur Startwertbestimmung besser der Zeit- als der Frequenzbereich.

A 4.3 Modellgleichung zum Verfahren 1

Die um die mittlere Dämpfung befreite Zeitreihe kann nun gesamt oder abschnittsweise durch eine gewisse Anzahl von aufsummierten Sinus- oder Kosinusfunktionen approximiert werden mit $\sum a \sin(\omega t)$.

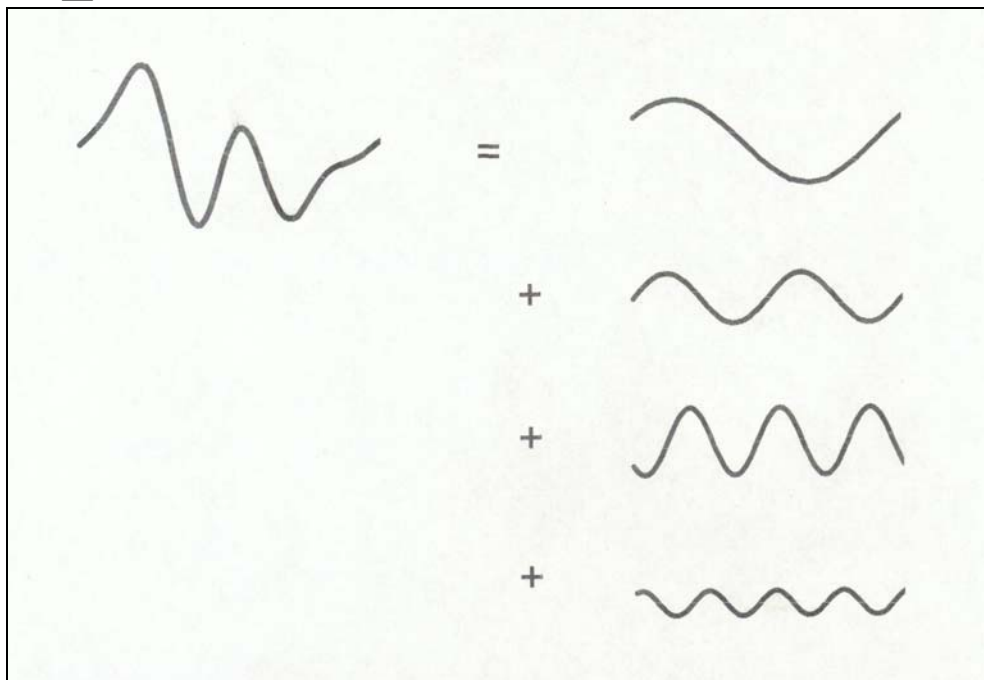


Abbildung A- 4-1 Zerlegung in einzelne Funktionen (sin oder cos)

Die Zeitreihe kann aber auch durch eine finite Fourierreihe repräsentiert werden mit $D_0 + \sum_i D_i \cos(2\pi m f_i t + \varphi_i)$.

Die Fourierreihe zerlegt die Zeitreihe additiv in ihren Mittelwert sowie in eine Summe von Kosinusfunktionen.

Die Grundfrequenz f_1 (=tiefste Frequenz) ergibt sich aus dem Kehrwert der Länge T der Zeitreihe: $f_1 = 1/T$.

Die folgenden Frequenzen sind Harmonische (=Vielfache) der Grundfrequenz; die Frequenzauflösung beträgt also ebenfalls $1/T$.

Die erzielte Bandbreite der Frequenzkomponenten beträgt $0 - \frac{1}{2} f_a$ (der Mittelwert wird der Frequenz 0 Hz zugeordnet).

A 4.4 Modellgleichung zum Verfahren 2

Allgemein sind es nach rechts verschobene Parabeln, die nur in einem bestimmten zeitlichen Abschnitt definiert werden. Dieser zeitliche Abschnitt wird durch die Nulldurchgänge vorgegeben. Vor und nach diesem zeitlichen Abschnitt sind sie Null.

$$h_{\text{Abschnitt1}}(t) = a_{\text{Abschnitt}}(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c \quad \text{oder} \quad h_{\text{Abschnitt1}}(t) = (-a_{\text{Abschnitt}})(t + b_{\text{Abschnitt}})^2 + c$$

A 4.5 Modellgleichung zum Verfahren 3

Hier werden zeitlich verschobene gedämpfte Schwingungen summiert, um die Zeitreihe zu approximieren.

$$f(n - N) \text{ Zeitverschiebung} \rightarrow z^{-N} F(z)$$

Jedoch ist das N der Verschiebung für jede gedämpfte Schwingung unterschiedlich.

A 5 Digitales Filter zur Approximation

A 5.1 Eigenschaften digitaler Filter

An dieser Stelle soll die Eigenschaft der IIR-Filter durch Bilineartransformation betrachtet werden.

Zur Realisierung eines IIR-Filters mit Hilfe der Bilineartransformation wird die Modellfunktion, die approximierte Impulsantwort, als Übertragungsfunktion $H(s)$ dargestellt. Mit Hilfe einer geeigneten Transformation ist sie in den z -Bereich zu überführen als $H(z)$.

Eine exakte Erfüllung der Transformation erreicht man mit $s = \frac{1}{T} \ln z$.

Die Reihendarstellung für $s = \frac{1}{T} \ln z$ ist $\ln z = 2 \left\{ \frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^5 + \dots \right\}$. Diese

Reihe wird nach dem ersten Glied abgebrochen.

Für kleine Werte kommt es zu einer guten Approximation für $\ln z$.

Eine Transformation der Pol- und Nullstellen der s -Ebene in die z -Ebene erreicht man mit der Bilineartransformation

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}$$

Meist erhält man dann eine Übertragungsfunktion 2. Ordnung in z .

A 6 Hörtest

A 6.1 Hörtest in Anlehnung an ITU-R BS 1116 und Test zu einer Wahrscheinlichkeit

Für den Hörtest wurde eine entsprechende Tabelle erstellt. Diese ist nachfolgend aufgeführt und beinhaltet keine Musikstücke. Diese Tabelle wurde nur zur Beantwortung verwendet. Die Musikstücke wurden zuvor bearbeitet und in einer Exceltabelle integriert.

Name:

Datum:Freitag, 14. Juli 2006.....

Dateiname:Hörtest.....

A dient immer als Referenz. B und C können entweder das Original oder die Referenz sein. Der Testhörer gibt einem der beiden Signale, von dem er glaubt, das es das bearbeitete Signal ist eine Note (zum Beispiel B = 4). Das andere Signal erhält automatisch die Note 5.

Nr.	Referenz A	B	C	Unter- schied ? Ja=1	Bemerkung	Raumein- druck gleich	5	4	3	2	1	Raumein- druck ungleich	5	Höhen- frequenz- dämpfg. sehr klein	5	4	3	2	1	Höhen- frequenz- dämpfg. groß	5
1				0																	
2				0																	
3				0																	
4				0																	
5				0																	
6				0																	
7				0																	
8				0																	
9				0																	
10				0																	
11				0																	
12				0																	
13				0																	
14				0																	
15				0																	
16				0																	
17				0																	
18				0																	
19				0																	
20				0																	

Tabelle A 6-1 Hörtestfragebogen

A 6.2 Auswertung Hörtest mit dem Test zu einer Wahrscheinlichkeit

Nachfolgend ist ein Beispiel zum Test zu einer Wahrscheinlichkeit ausgeführt.
26 Testpersonen haben sich ein Musikstück (Nr. 20) angehört.

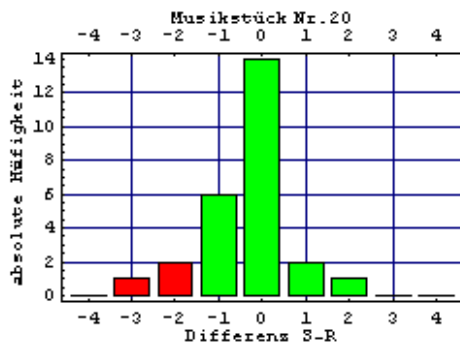


Abbildung A- 6-1 Histogramm für Musikstück 20

Alle Häufigkeiten zusammen addiert ergeben lt. der oberen Abbildung A-6-1 26.

α : Signifikanzniveau mit $\alpha = 0,05$

h_n : absolute Häufigkeit

p : zugehörige unbekannte Wahrscheinlichkeit

p_0 : vorgegebene Wahrscheinlichkeit mit $p_0 = 0,8$

$\lambda_\alpha = (-1,645)$, wenn $\alpha = 0,05$

Dann berechnet sich die Testgröße T zu:

Variante

$H_0: p \geq p_0, \quad H_1: p < p_0$

Testgröße
$$T = \frac{h_n - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

H_0 wird abgelehnt, falls $T < \lambda_\alpha = -\lambda_{1-\alpha}$

Testgröße
$$T = \frac{h_n - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} = \frac{23 - 26 \cdot 0,8}{\sqrt{26 \cdot 0,8 \cdot (1-0,8)}} = 1,07864$$

H_0 wird nichtabgelehnt, weil $T > -\lambda_{1-\alpha}$

Das heißt, die Nullhypothese wird nicht abgelehnt – es ist kein Unterschied hörbar.

In der Tabelle A 7-2 sind alle Hörtestteilnehmer aufgeführt.

Nr	Name	Email	Alter	Interessen (Musik)	Beruf	Geschlecht
1	Andreas Dantele	andreas.dantele@tu-ilmenau.de	28	Toningenieur, Musiker	wiss. Mitarbeiter	männlich
2	Markus Mehnert	Markus.Mehnert@tu-ilmenau.de	27	Organist, Kirchenmusiker (C-Prüfung), Klavier, Chordirigat, Komposition	wiss. Mitarbeiter	männlich
3	Roland Jaques	brj@uni.de	24	Geige, Orchester, Musik und Audioaufnahme	Student	männlich
4	Bernd Hildenbrandt	Bernd.Hildenbrandt.@tu-ilmenau.de	35	hört gern Musik	Techn. Mitarbeiter	männlich
5	Daniela Fiedler	Daniela.Fiedler@tu-ilmenau.de	26		Sekretärin	weiblich
6	Monique Zentgraf	Monique.Zentgraf@tu-ilmenau.de			Sekretärin	weiblich
7	Eckhardt Schön	Eckhardt.Schoen@tu-ilmenau.de	45	Jazz, Klassik (19. und 20. Jh.), Musical	wiss. Mitarbeiter	männlich
8	Ulrich Reiter	Ulrich.Reiter@tu-ilmenau.de	33	Musik	wiss. Mitarbeiter	männlich
9	Bernhard Albrecht	Bernhard.Albrecht@tu-ilmenau.de			wiss. Mitarbeiter	männlich
10	Mathias Schwark	Mathias.Schwark@tu-ilmenau.de	28	spielt Gitarre	wiss. Mitarbeiter	männlich
11	Michael Strauß	sus@emt.iis.fhg.de			wiss. Mitarbeiter	männlich
12	Christian Weigel	Christian.Weigel@tu-ilmenau.de	26	Ärzte, Placebo, Jazzamor	wiss. Mitarbeiter	männlich
13	Jan Röder	Jan.Roeder@tu-ilmenau.de	27	Pop, Rock, Elektro-Musik	wiss. Mitarbeiter	männlich
14	Arne Nowak	Arne.Nowak@tu-ilmenau.de	27	Jazz, Funk, elektronische Sachen; spielt E-Bass (Jazz)	wiss. Mitarbeiter	männlich
15	Peter Dunker	Peter.Dunker@stud.tu-ilmenau.de	26	spielt Flöte	wiss. Mitarbeiter	männlich
16	Tibor Kunert	Tibor.Kunert@tu-ilmenau.de	31	Sänger	wiss. Mitarbeiter	männlich
17	Marco Rittermann	Marco.Rittermann@tu-ilmenau.de	31	Pop, Jazz	wiss. Mitarbeiter	männlich
18	Matthias Frank	matthias.frank@stud.tu-ilmenau.de	24	spielt Gitarre	Student	männlich
19	Christian Richter	chr.richter@stud.tu-ilmenau.de	26	hört gern Musik	Student	männlich
20	Michael Saupe	sac@emt.iis.fhg.de	28	elektronische Musik; spielt Posaune und Klavier	wiss. Mitarbeiter	männlich
21	Julius Fricke	Julius.Fricke@web.de	27	spielt Cello	Student	männlich
22	Katrin Schlich	Packart@web.de	28	Ska, 80er, Dance	Mitarbeiterin bei KIKA/MDR	weiblich
23	Florian Walter	florian.walter@stud.tu-ilmenau.de	26	Electronic, Ambient	Student	männlich
24	Sebastian Pape	sebastian_pape@web.de			Student	männlich
25	Mirko Arnold	mulimirko@web.de	23	E-Gitarre, Bass, Gesang, Songwriting, Aufnahmen, Mischen	Student	männlich
26	Uwe Kühhirt	uwe.kuehhirt@tu-ilmenau.de			wiss. Mitarbeiter	männlich

Tabelle A 6-2 Hörtestteilnehmer